

- U kutiji se nalazi 13 kuglica označenih brojevima 1,2,...,13. Na slučajan način je izvučena jedna kuglica. Slučajna promenljiva X uzima vrednost 1 ako je izvučen paran broj, a vrednost 0 ako je izvučen neparan broj. Slučajna promenljiva Y predstavlja ostatak pri deljenju izvučenog broja sa 3.
 - $\boxed{5}$ Odrediti raspodelu dvodimenzione slučajne promenljive (X, Y)
 - $\boxed{2}$ Odrediti $E(X)$ i $E(Y^2)$.
 - $\boxed{3}$ Odrediti $E(X|Y \geq 1)$
 - $\boxed{3}$ Odrediti $E(X + Y)$
 - $\boxed{4}$ Odrediti $E(XY)$. Kada važi da je $E(XY) = E(X)E(Y)$ za proizvoljne X i Y ?
- Ako slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $X \sim N(5, 81)$, odrediti:
 - $\boxed{3}$ $P(X \leq 4)$?
 - $\boxed{3}$ $P(|X| \leq 1)$?
 - $\boxed{3}$ $P(X^2 - 3X \leq -2)$?
 - $\boxed{3}$ Odrediti x takvo da je $P(X \leq x) = 0.9922$.
 - $\boxed{4}$ Odrediti x takvo da je $P(X \leq x) = 0.0749$.
- Igrač A i B igraju igru sa kockicama. Na početku igre igrači imaju ukupno 8 kockica, ali ne znamo kako su tih 8 kockica raspodelili među sobom. U svakom potezu igre oba igrača bacaju po jednu svoju kockicu. Onaj igrač koji je dobio veći broj, prisvaja tuđu kockicu. Igra se završava kada jedan od igrača izgubi sve svoje kockice.
 - $\boxed{8}$ Opisati Markovljevim procesom ovu igru. Neka svakom stanju odgovara BROJ kockica koji u tom trenutku poseduje igrač A .
 - $\boxed{4}$ Dobili smo informaciju o početnom stanju igre: oba igrača su krenuli sa po 4 kocke. Odrediti u ovom slučaju verovatnoću se igra završi u tačno 6 poteza.
 - $\boxed{5}$ Uvedeno je novo pravilo u igru: ako jedan od igrača ostane bez kockica, igra se nastavlja tako što mu drugi igrač pokloni jednu svoju kockicu. Nacrtati novi Markovljev lanac sa ovom izmenom.

Rešenja na TMF-u u Beogradu redovni rok 2022/2023.

A grupa

1. a)

Y/X	0	1
0	$\frac{2}{13}$	$\frac{2}{13}$
1	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{13}$
2	$\frac{2}{13}$	$\frac{1}{13}$

b) $E(X) = \frac{6}{13}$ i $E(Y^2) = \frac{21}{13}$.

c) $X_{Y \geq 1} : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix}$.

$E(X|Y \geq 1) = \frac{4}{9}$

d) $E(X + Y) = \frac{19}{13}$

e) $XY : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{9}{13} & \frac{2}{13} & \frac{2}{13} \end{pmatrix}$.

$E(XY) = 6/13$. Kada su X i Y nezavisne slučajne promenljive, tada važi $E(XY) = E(X)E(Y)$

2. a) $P(X \leq 4) = 0.4562$

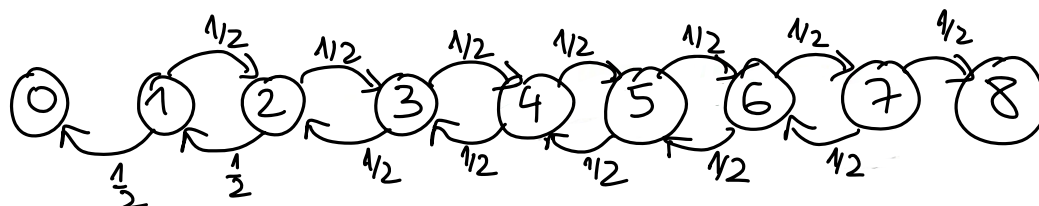
b) $P(|X| \leq 1) = \Phi(0.67) - \Phi(0.44) = 0.0786$

c) $P(X^2 - 3X \leq -2) = P(1 \leq X \leq 2) = 0.0407$

d) $x = 26.78$

e) $x = -7.96$.

3. a)



b) $8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$

