

НОРМАЛНА РАСПОДЕЛА - ЗАДАЦИ

1. Тежина суретне групе геше у франку нормално је распоредена са математичким очекивањем 15kg и стандардном девијацијом од 3kg. Колика је вероватноћа да ће случајно изабрано геше имати тежину између 11kg и 17kg?

X - сл. вел. који представља тежину гешета

$$\Rightarrow X \sim \mathcal{N}(15, 3^2)$$

$$\rightarrow X^* \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$P(11 \leq X \leq 17) = P\left(\frac{11-15}{3} \leq \frac{X-15}{3} \leq \frac{17-15}{3}\right)$$

$$= P\left(-\frac{4}{3} \leq X^* \leq \frac{2}{3}\right)$$

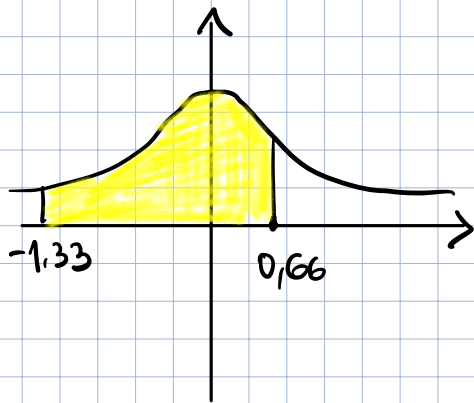
$$= P(-1,33 \leq X^* \leq 0,66)$$

$$= F(0,66) - F(-1,33) =$$

$$= F(0,66) - (1 - F(1,33))$$

$$= F(0,66) + F(1,33) - 1$$

$$= 0,7454 + 0,9082 - 1 = 0,6536$$



Погледамо у таблицу

2. Време чекања лифта је случајна променљива нормално распоредена са очекивањем вредности 1,5min, а станд. дев. од 20 секунди.

а) Наћи вероватноћу да неко чека лифт дужи од 2 минути и 10 секунди.

$$X \text{ - сл. величина, } E(X) = \mu = 1,5 \text{ min} = 90 \text{ sec} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} X \sim \mathcal{N}(90, 20^2)$$

$$\sigma(X) = 20 \text{ sec}$$

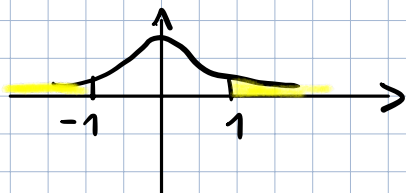
$$2 \text{ min } 10 \text{ sec} = 130 \text{ sec}$$

$$P(X \geq 130) = 1 - P(X \leq 130) = 1 - P\left(\frac{X - 90}{20} \leq \frac{130 - 90}{20}\right) =$$

$$= 1 - P\left(X^* \leq \frac{40}{20}\right) = 1 - P(X^* \leq 2) = 1 - F(2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

д) Нехте верованителносту да неко време испити време од 1min и 10sec.

$$P(X \leq 70) = P\left(\frac{X - 90}{20} \leq \frac{70 - 90}{20}\right) = P(X^* \leq -1) = 1 - F(1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$



в) Посма испитото је 200 људи испити времену испити. Определити број људи који су испити времену мање од 50 секунди.

$$P(X < 50) = P\left(\frac{X - 90}{20} \leq \frac{50 - 90}{20}\right) = P(X^* \leq -\frac{40}{20}) = P(X^* < -2) =$$

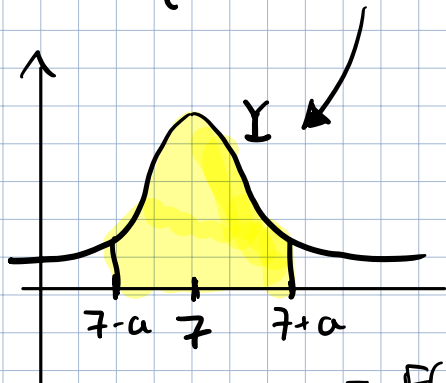
$$= F(-2) = 1 - F(2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

$p = 0,0228 \Rightarrow 2,28\%$ људи ће времену мање од 50 sec
коликко је $2,28\%$ од 200 људи?

$$200 \cdot 0,0228 = 4,56 \text{ људи...}$$

3. $Y \sim N(7, 9)$. Определити интервал I симетричан у односу на тачку $y=7$ тако да важи $P(Y \in I) = 0,2586$.

$$P(7 - a \leq Y \leq 7 + a) = 0,2586 \quad Y^* \sim N(0, 1)$$



$$P\left(\frac{7 - a - 7}{3} \leq \frac{Y - 7}{3} \leq \frac{7 + a - 7}{3}\right) =$$

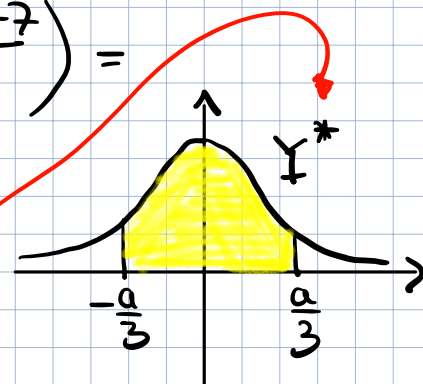
$$= P\left(-\frac{a}{3} \leq Y^* \leq \frac{a}{3}\right) =$$

$$= F\left(\frac{a}{3}\right) - F\left(-\frac{a}{3}\right) =$$

$$= F\left(\frac{a}{3}\right) - (1 - F\left(\frac{a}{3}\right)) =$$

$$= 2F\left(\frac{a}{3}\right) - 1 = 0,2586 \Rightarrow F\left(\frac{a}{3}\right) = 0,6293$$

у табели можемо $F(0,33) = 0,6293$



$$\Rightarrow \frac{a}{3} = 0,33 \Rightarrow a = 0,99$$

$$\Rightarrow I = (7 - 0,99, 7 + 0,99),$$

$$\text{ш. } I = (6,01, 7,99)$$

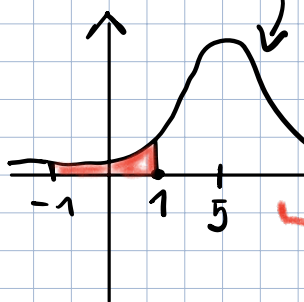
4. Ако случајна променлива има параметри $X \sim N(5, 81)$, определити:

a) $P(X \leq 4)$? $X^* \sim N(0,1)$

$$P(X \leq 4) = P\left(\frac{X-5}{9} \leq \frac{4-5}{9}\right) = P(X^* \leq -0,11) = 1 - F(0,11) = 1 - 0,5438 = 0,4562$$

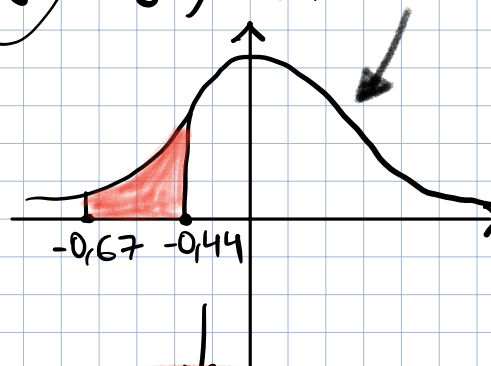
b) $P(|X| \leq 1) = ?$

$$P(|X| \leq 1) = P(-1 \leq X \leq 1) = P\left(\frac{-1-5}{9} \leq \frac{X-5}{9} \leq \frac{1-5}{9}\right) = P(-0,67 \leq X^* \leq -0,44)$$



X нема $N(0,1)$, ња
 пратоу куде симетричан
 аи оло огово на у-осу,
 $\neq F(1) - F(-1)$!

! F је само за $X \sim N(0,1)$



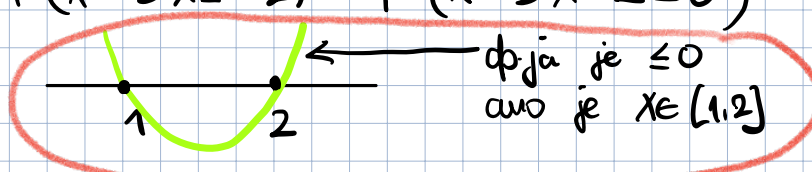
огу је куде симетричан
 и $X^* \sim N(0,1)$, аи је оло
 $= F(-0,44) - F(-0,67)$

$$= F(-0,44) - F(-0,67) = (1 - F(0,44)) - (1 - F(0,67)) = 1 - F(0,44) - 1 + F(0,67) = F(0,67) - F(0,44) = 0,7486 - 0,6700 = 0,0786$$

c) $P(X^2 - 3X \leq -2)$?

$$X_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$$P(X^2 - 3X \leq -2) = P(X^2 - 3X + 2 \leq 0) = P((X-2)(X-1) \leq 0) = P(1 \leq X \leq 2) =$$



ога је ≤ 0
 аи је $X \in [1, 2]$

огу је оло симетричан
 га X куде $N(0,1)$

$$= P\left(\frac{1-5}{9} \leq \left(\frac{x-5}{9}\right) \leq \frac{2-5}{9}\right) = P(-0,44 \leq x^* \leq -0,33) = F(-0,33) - F(-0,44)$$

$$= (1 - F(0,33)) - (1 - F(0,44)) = F(0,44) - F(0,33) = 0,67 - 0,6293 = 0,0407$$

d) Određujemo x tako da je $P(X \leq x) = 0,9922$.

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{x-5}{9} \leq \frac{x-5}{9}\right) = P\left(x^* \leq \frac{x-5}{9}\right) = 0,9922$$

$$\Leftrightarrow F\left(\frac{x-5}{9}\right) = 0,9922 \Rightarrow \frac{x-5}{9} = 2,42$$

$$x = 9 \cdot 2,42 + 5 = 26,78$$

e) Određujemo x tako da je $P(X \leq x) = 0,0749$.

$$P(X \leq x) = P\left(x^* \leq \frac{x-5}{9}\right) = 0,0749$$

↑
Ovo znači da ne možemo u tablici!
ili možemo možemo
 $1 - 0,0749 \dots$

$$F\left(\frac{x-5}{9}\right) = 0,0749$$

$$\Leftrightarrow 1 - F\left(\frac{x-5}{9}\right) = 1 - 0,0749$$

$$\Leftrightarrow 1 - F\left(\frac{x-5}{9}\right) = 0,9251$$

$$\Leftrightarrow F\left(-\frac{x-5}{9}\right) = 0,9251$$

← Ovo može da se pročita iz tablice!

$$F(1,44) = 0,9251 \Rightarrow -\frac{x-5}{9} = 1,44$$

$$-(x-5) = 12,96$$

$$x-5 = -12,96$$

$$x = -7,96$$