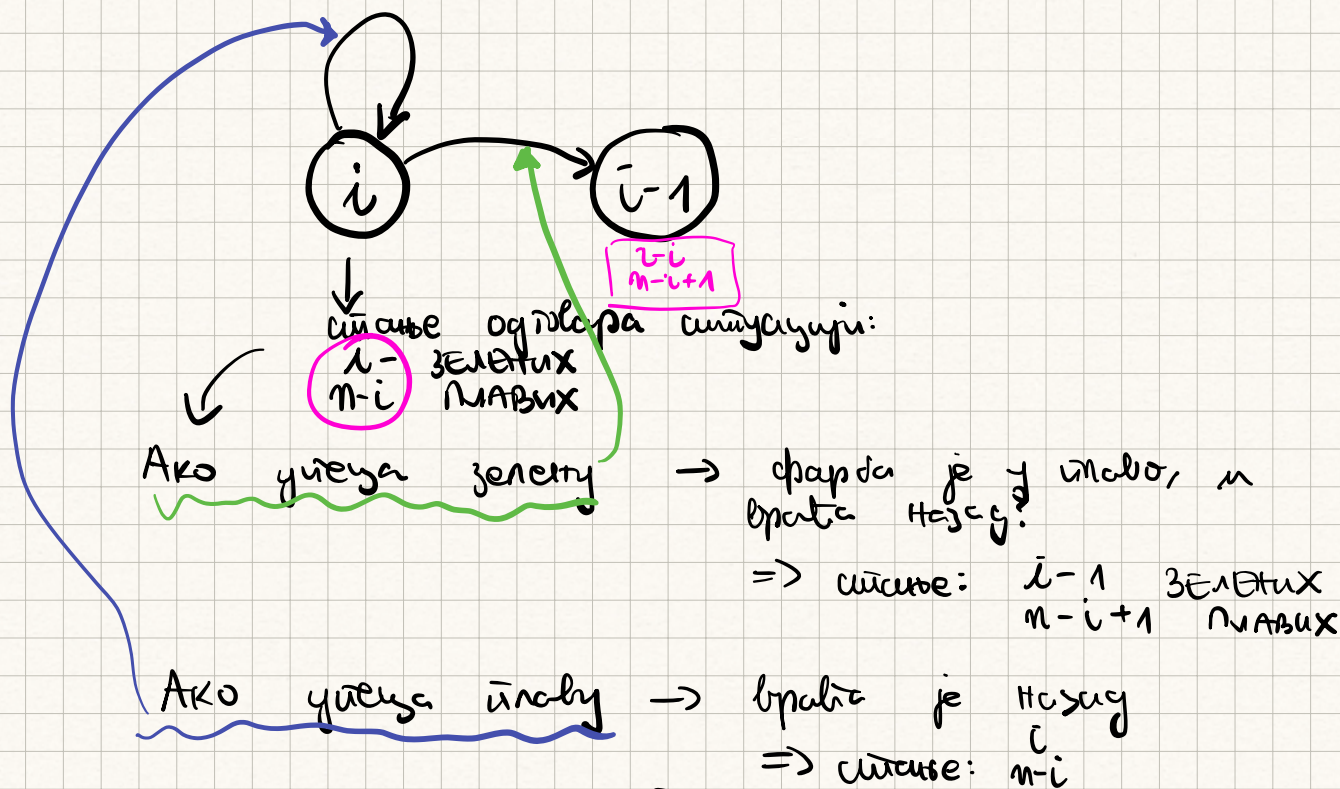


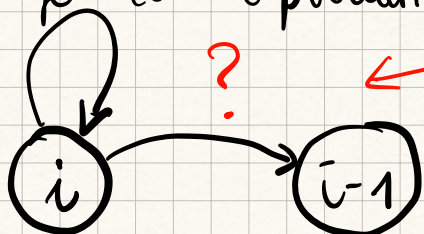
1. У језеру се налази n риба. Неке су зелене, а неке плаве. Зелена свакој риби уноси 1 рибу, и ако је зелена, онајда је у плаво. Сваку рибу врати назад у језеро. Нека је G_i годину $\{$ у језеру се налази i зелених риба $\}$.

a) Моделовањем ову рибарску лексу Маркововим ланцем у коме су G_i стања

$\{G_i\}$ - i ЗЕЛЕНИХ риба у језеру ($n-i$ ПЛАВИХ)
 ЗЕЛЕНУ фарида у ПЛАВУ...

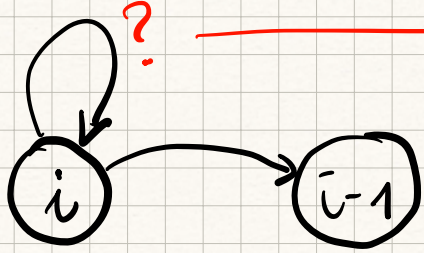


Шта је са вероватноћама?

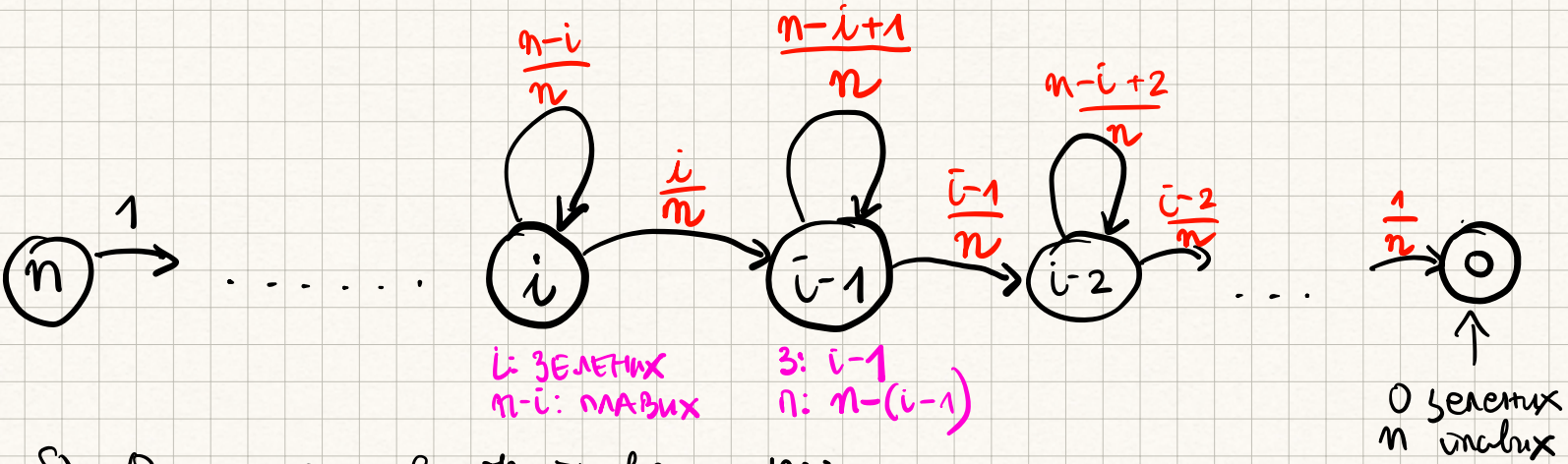


? \leftarrow шта је p за i и $i-1$?
 шта је p за i и $i-1$?
 шта је p за i и $i-1$?

$\frac{i}{n}$ - зелених
 $\frac{i-1}{n}$ - плаво



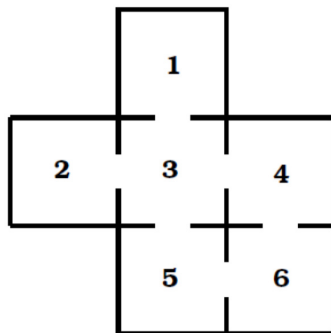
Koja je verov. ga yuce u naly?
 $n-i$ unobux
 $\Rightarrow p = \frac{n-i}{n}$

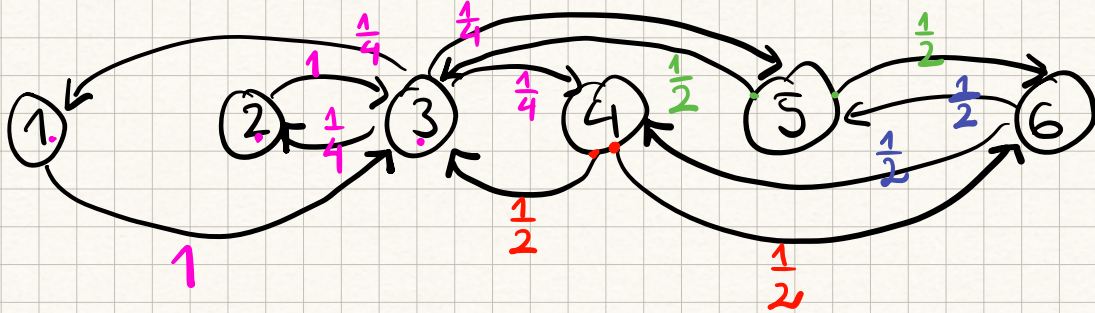


8) Opreyunn verobutnobe pij

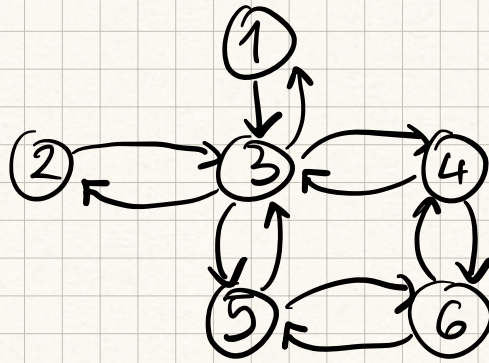
$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{i}{n} & , j = i-1 \\ \frac{n-i}{n} & , j = i \\ 0 & , \text{uare} \end{cases}$$

3. Miš se kreće kroz lavirint prikazan na slici. Pri svakom koraku, on napušta prostoriju u kojoj se nalazi, tako što nasumično bira neka od vrata, i tako prelazi u narednu prostoriju. Predstaviti Markovljevim lancem ovaj proces na sledeći način:
- 4 Odrediti njegova stanja (nacrtati ih).
 - 7 Odrediti moguće prelaskе medju stanjima i prikazati ih strelicama na crtežu.
 - 8 Odrediti i upisati verovatnoće prelazaka.



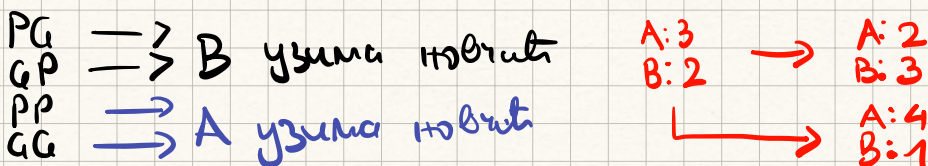
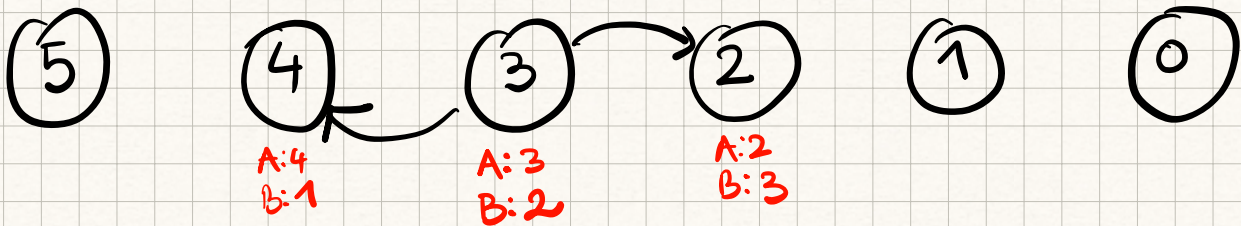


Šuno su opetnegruje go cno re cevanu ga cunata upuka-
 xemo dbacko

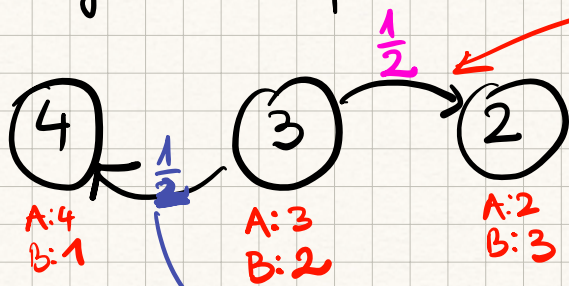


3. Igrač A i B igraju igru koja se zove "isti novčić". U svakom potezu oba igrača tajno okrenu jedan svoj novčić na pismo ili glavu, a onda u isto vreme otkrivaju svoj izbor drugom igraču. Ako su oba novčića okrenuta na istu stranu (oba na pismo, ili oba na glavu), tada A "osvaja" novčić koji je B okretao. U suprotnom (jedan novčić je okrenut na pismo, a drugi na glavu), B osvaja novčić koji je do tada pripadao A . Igra se završava kada jedan od igrača izgubi sve svoje novčiće. Na početku igre igrači imaju ukupno 5 novčića, ali ne znamo kako su tih 5 novčića raspodelili medju sobom.

- Opisati Markovljevim procesom ovu igru. Neka svakom stanju odgovara BROJ novčića koji u tom trenutku poseduje igrač A .
- Dobili smo informaciju o početnom stanju igre: igrač A je krenuo sa 3 novčića, a igrač B sa 2. Odrediti u ovom slučaju verovatnoću da igrač A izgubi sve novčiće u tačno 5 poteza.
- Uvedeno je novo pravilo u igru: ako jedan od igrača ostane bez novčića, igra se nastavlja tako što mu drugi igrač pokloni jedan svoj novčić. Nacrtati novi Markovljev lanac sa ovom izmenom.



Шта је са вероватноћама?

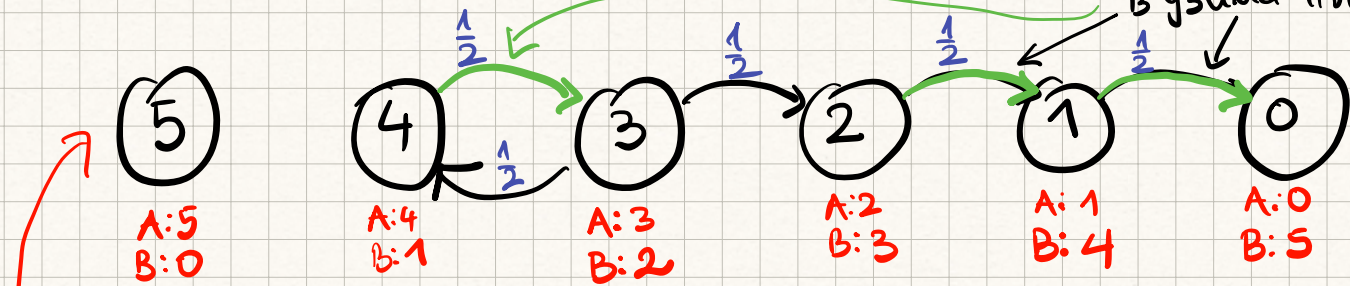


ово се дешава када
 B узме новчић,
 ил. у случају исхода: PG, GP
 а вероватноћа за то је $= \frac{1}{2}$

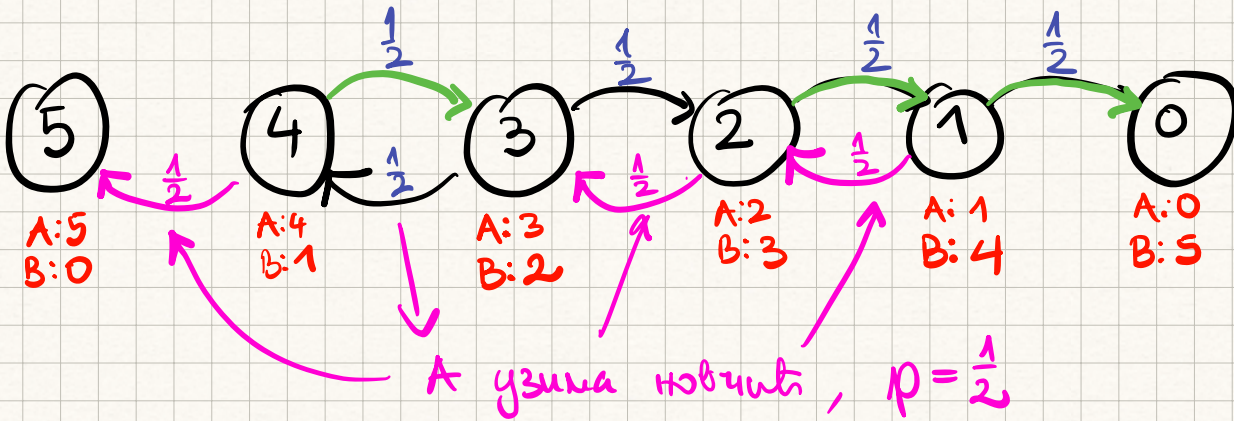
ово се дешава када A узме новчић (PP, GG)

$\Rightarrow p = \frac{1}{2}$

B узима новчић

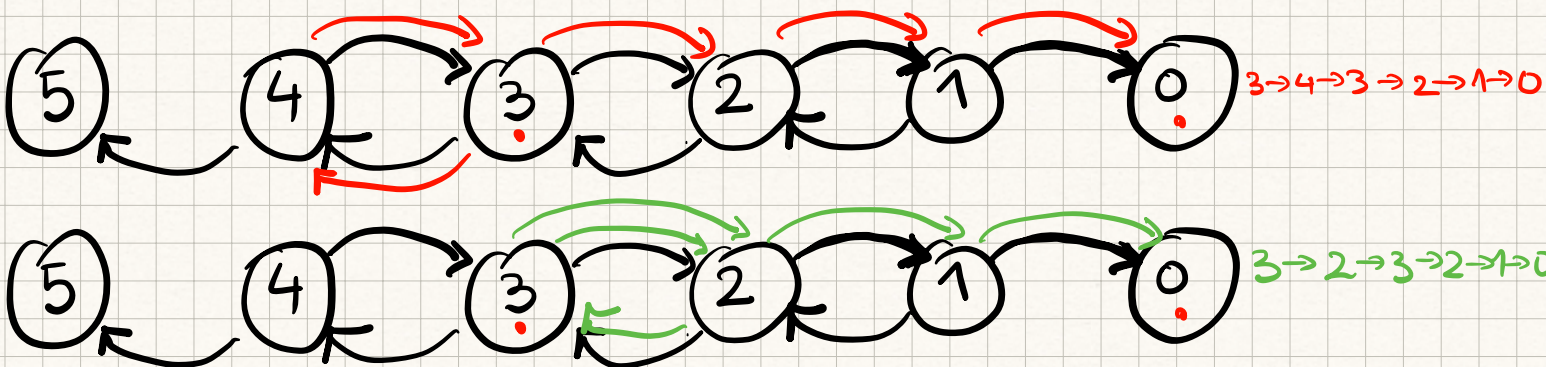


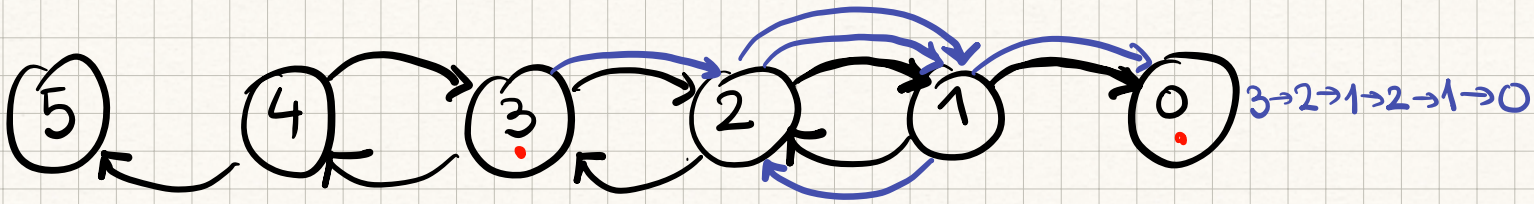
Нема $5 \rightarrow 4$ операција у 5 у 4 јер је B узимао све новчиће \Rightarrow КРАЈ!



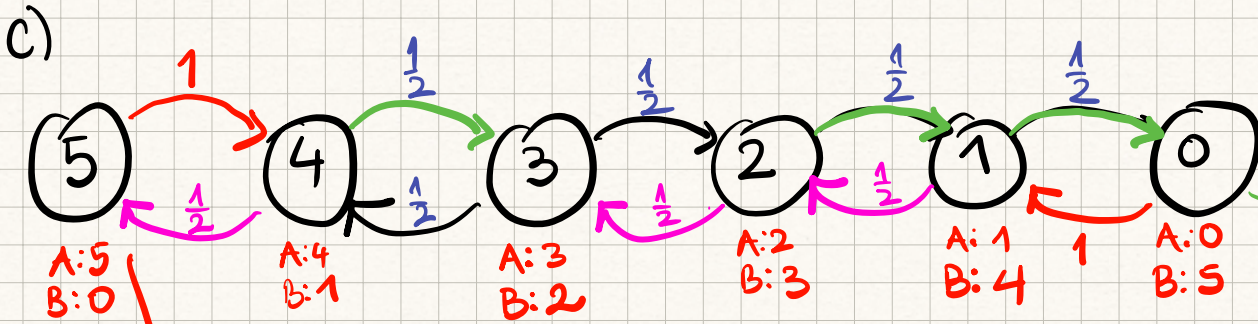
A узима новчић, $p = \frac{1}{2}$

b) $P_{30}(5) \leftarrow$ операције до изласка из 3 до 0 узмите 5,
 и садржити вероватноће.



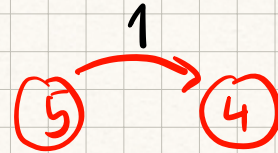


$$\begin{aligned}
 p &= p(3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0) + p(3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0) + p(3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0) = \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \dots
 \end{aligned}$$



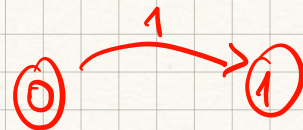
✓ Obje je B bez loptica.

⇒ A mu uoklatica 1, u naredujuje
slucajem y uicube A: 4
B: 1



→ Obje je A bez loptica

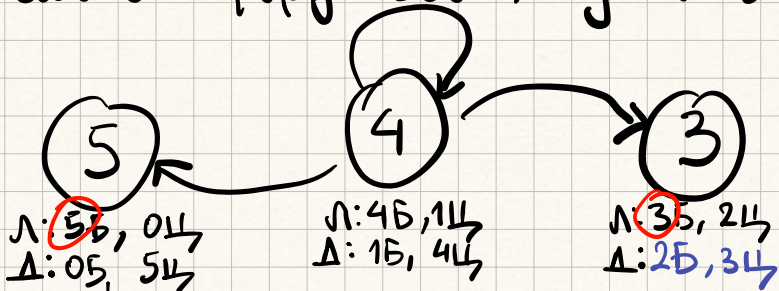
⇒ B mu uoklatica ⇒ A: 1
B: 4

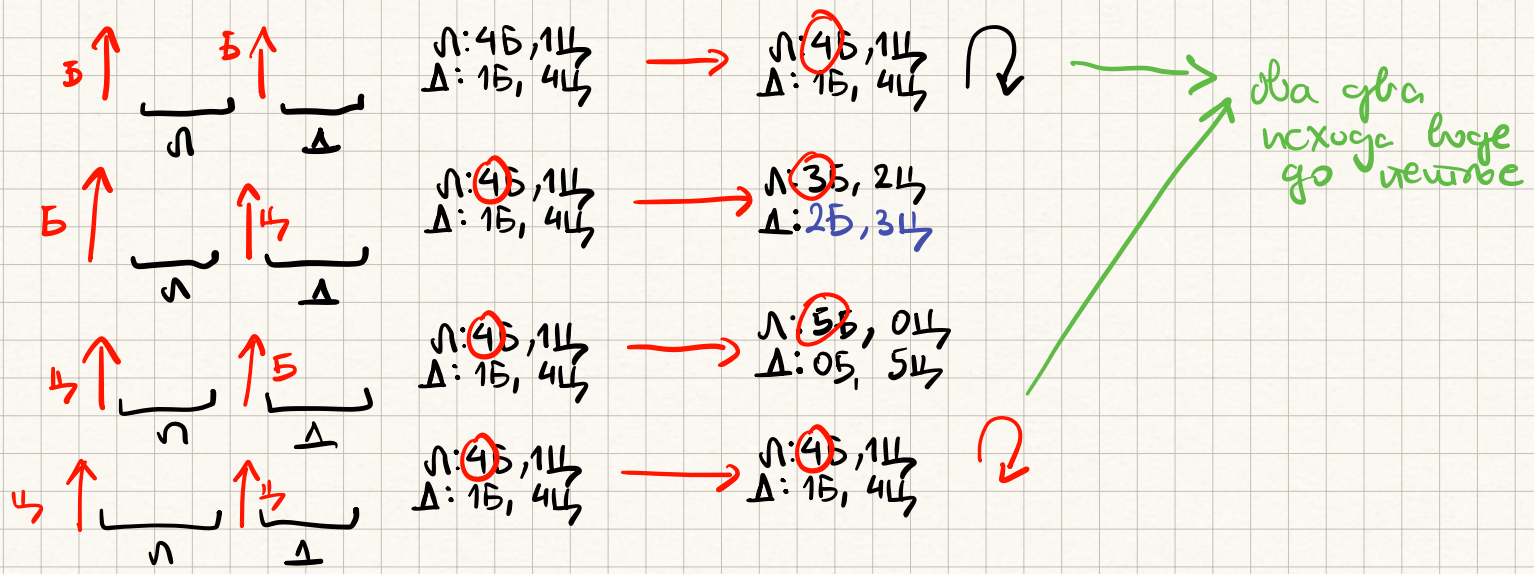


3. 5 belih lopti i 5 crnih lopti rasporedjeno je u dve kutije: levu i desnu. Svaka kutija sadrzi po pet lopti. Igramo igru "zamene lopti" tako sto u svakom koraku, u isto vreme, izvučemo nasumično po jednu loptu iz svake kutije, i zamenimo ih.

- Opisati Markovljevim procesom ovu igru. Neka svakom stanju odgovara BROJ belih lopti koji se nalazi u levoj kutiji. Odrediti moguće prelaskе kroz stanja. U ovom delu zadatka nije potrebno utvrditi verovatnoće prelazaka.
- Odrediti verovatnoće prelazaka kroz stanja u Markovljevom procesu opisanom gore.
- Dobili smo informaciju o početnom stanju igre: u levoj kutiji se nalaze 2 bele lopte. Odrediti u ovom slučaju verovatnoću da u levoj kutiji ostanu samo crne lopte nakon 4 zamene.

Slucuje: { broj BELIH y CRNIH kuglica }

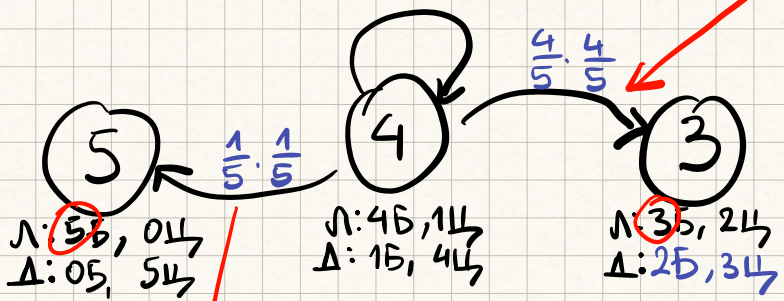




два гласа
исхође буге
го нешто

Шта је са вероватноћама?

Вагамо БЛУ и ЛБВЕ
и ЦРЦУ и ДЕСМЕ



Када је р да извадимо Б из ЛБВЕ? $\frac{4}{5}$
 Када је р да извадимо Ц из ДЕСМЕ? $\frac{4}{5}$
 $p = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5}$

Вагамо Ц из ЛБВЕ, и Б из ДЕСМЕ

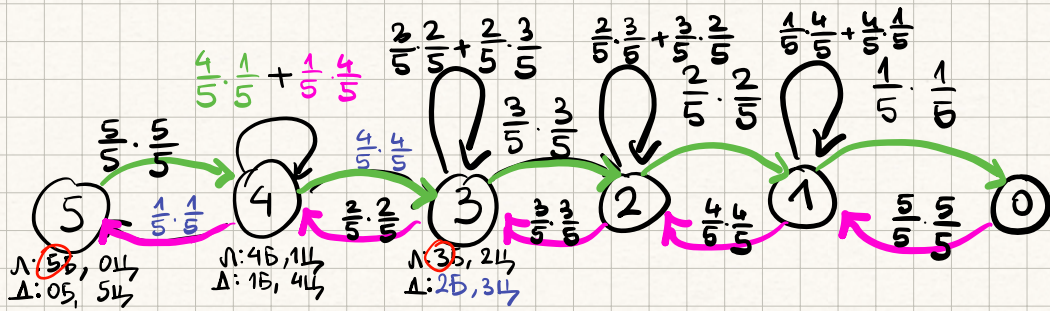
Л: 4Б, 1Ц; Д: 1Б, 4Ц → Када је р да изв. Ц из ЛБВЕ: $\frac{1}{5}$
 → Када је р: Б из ДЕСМЕ: $\frac{1}{5}$
 $p = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$

Шта је са $\frac{4}{5}$?

го ће буге глас гласова:

Б из Л, Б из Д
или
Ц из Л, Ц из Д

Л: 4Б, 1Ц; Д: 1Б, 4Ц → $p = \frac{4}{5}$
 → $p = \frac{1}{5}$
 Л: 4Б, 1Ц; Д: 1Б, 4Ц → $p = \frac{1}{5}$
 → $p = \frac{4}{5}$
 $p = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}$
 $p = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}$
 одувано
вероватноће
за



c) da uwebe gpxute 4 og 2 go 0 .. (uma ux 6)

3. Marko ima 4 kišobrana. Neki su mu kod kuće, a neki u kancelariji. Pretpostavimo da se Marko kreće samo od kuće ka kancelariji, i iz kancelarije ka kući. Ponese kišobran sa sobom, samo ukoliko pada kiša. Ukoliko ne pada kiša, ne nosi kišobran sa sobom nazad, nego ga ostavlja (kod kuće ili u kancelariji). Može se dogoditi da su svi kišobrani na jednoj lokaciji, da je Marko na drugoj, i ukoliko počne da pada kiša, a Marko mora da krene, tada Marko pokisne. Pretpostavimo da je p verovatnoća da će padati kiša. Ako svakom stanju odgovara BROJ kišobrana koji se nalaze na lokaciji gde je Marko TRENUTNO (ili kuća ili kancelarija), tada:

- 3 Navesti u koje stanje se može preći iz stanja "0" i sa kojom verovatnoćom?
- 6 Opisati Markovljevim lancem predstavljene tranzicije: odrediti moguća stanja i prelaskе kroz njih. U ovom delu nije potrebno odrediti verovatnoće prelazaka.
- 6 Odrediti verovatnoće prelazaka kroz stanja u Markovljevom procesu opisanom gore.
- 4 Dobili smo informaciju o početnom stanju: Marko se nalazi na lokaciji gde je samo jedan kišobran. Koja je verovatnoća da će nakon 5 prelazaka, Marko pokisnuti samo jednom?

18.02 u 14h konzultacije