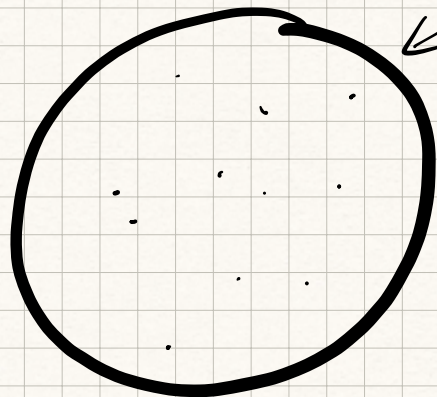


ДИСКРЕТНИ СЛУЧАЈНИ ВЕКТОРИ



можемо и саопр. из см.
лише са. променљивих

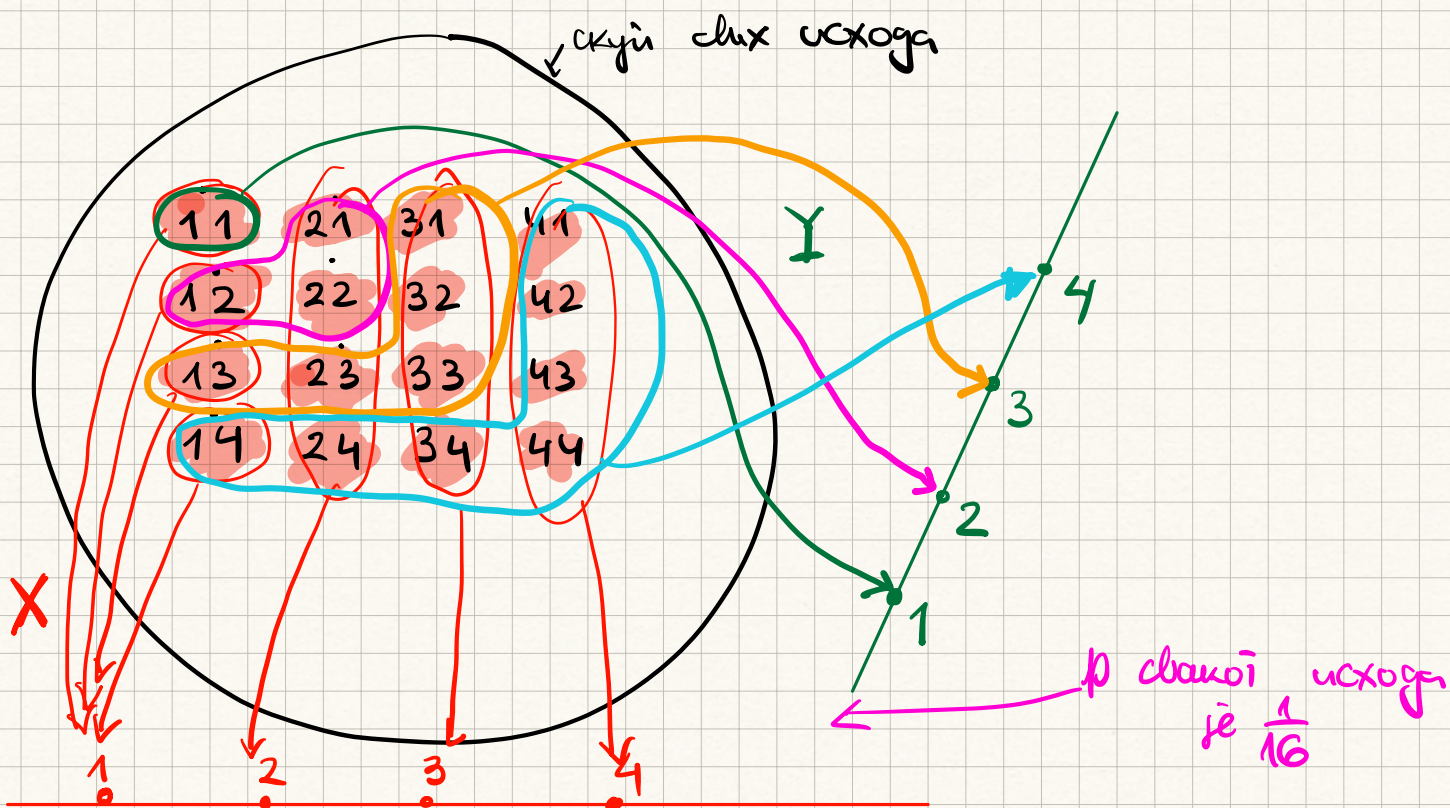
y Хамаем са - 2 ?

("JOINT PMF")

глогуализована са. променљива

$$P_{X,Y}(x,y) = P(X=x, Y=y)$$

Пример . Каука се дава 2X. X: број годишних дрвја,
Y: максимум годишних дрвјева



Вероятности $P(X=1, Y=1)$

$Y \backslash X$	1	2	3	4
1	11 $\frac{1}{16}$	0	0	0
2	12 $\frac{1}{16}$	21 $\frac{2}{16}$	0	0
3	13 $\frac{1}{16}$	23 $\frac{1}{16}$	31 $\frac{3}{16}$ 32 33	0
4	14 $\frac{1}{16}$	24 $\frac{1}{16}$	34 $\frac{1}{16}$	41 $\frac{4}{16}$ 42 43 44

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДИСКРЕТНОЕ ДВОИМЕРНОЕ СЛ. ВЕЛИЧИНЫ (ВЕКТОРА) (X, Y)

$$Z: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

↑
распределение координатных сл.

сумма всех вероятностей в таблице? = 1

ОСОБЕННОСТИ:

$$1^\circ \sum_x \sum_y P_{X,Y}(x,y) = 1$$

$$P(2,1) = P(X=2, Y=1) = 0$$

$$P(3,3) = \frac{3}{16}$$

$$P(1,4) = \frac{1}{16}$$

иногда вероятности из двумерного распределения

из двумерного распр. м.г. се определят и называют:

$$P_X(3) = P(X=3) = \sum_y P_{X,Y}(3,y) = 0 + 0 + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

фиксируем X (на 3), а меняем Y через Y

одноим. распр. се называют МАРГИНАЛНА...

$y \backslash x$	1	2	3	4	
1	$\overset{11}{\frac{1}{16}}$	0	0	0	$\frac{1}{16}$
2	$\overset{12}{\frac{1}{16}}$	$\overset{21}{\frac{2}{16}}$	0	0	$\frac{3}{16}$
3	$\overset{13}{\frac{1}{16}}$	$\overset{23}{\frac{1}{16}}$	$\overset{31}{\frac{3}{16}}$	0	$\frac{5}{16}$
4	$\overset{14}{\frac{1}{16}}$	$\overset{24}{\frac{1}{16}}$	$\overset{34}{\frac{1}{16}}$	$\overset{41}{\frac{4}{16}}$	$\frac{7}{16}$
	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	

$$P_Y(1) = \sum_x P_{X,Y}(x,1)$$

$$\rightarrow Y: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{16} & \frac{3}{16} & \frac{5}{16} & \frac{7}{16} \end{pmatrix}$$

$\Sigma = 1?$

година смо рачунаемо за $X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

$\Sigma = 1?$

Уина је са условним вероватноћама?

$$P_{X|Y}(x|y) = P(X=x | Y=y) \stackrel{\text{деф}}{=} \frac{P_{X,Y}(x,y)}{P_Y(y)}$$

како \downarrow $y=2$

	1	2	3	4
2	$\overset{12}{\frac{1}{16}}$	$\overset{22}{\frac{2}{16}}$	0	0

$$\rightarrow X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{16} & \frac{2}{16} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\Sigma \neq 1 \Rightarrow$ морано интерпретирати, га због дуге $y=1$

ово смо година из др-не

$$X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow X: \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$P_{X,Y}(x,y)$
 $P_Y(y)$

Утиско утисо смо $\frac{1}{16}$ и $\frac{2}{16}$ одредили са

$P(Y=2) = \frac{2}{16}$

$\frac{\frac{1}{16}}{\frac{3}{16}} = \frac{1}{3}$ $\frac{\frac{2}{16}}{\frac{3}{16}} = \frac{2}{3}$

Пример 1. Две итраке у фабрици производе различитим процесима. Прва је X са вел. која одређује број арти. произведених на итракој итраци, а Y на другој. Расходена геометриј. сл. вел. (X,Y) даје се таблицом

Y \ X	0	1	2	3	
0	0,21	0,28	0,14	0,07	0,7
1	0,06	0,08	0,04	0,02	0,2
2	0,03	0,04	0,02	0,01	0,1
	0,3	0,4	0,2	0,1	

а) Израчунајте P да итрака произведи мање артикала од друге.

$P(X < Y) = P(0,1) + P(0,2) + P(1,2) = 0,06 + 0,03 + 0,04 = 0,13$

б) Израчунајте очекиване вредности сл. вел. X и Y.

Y \ X	0	1	2	3	
0	0,21	0,28	0,14	0,07	0,7
1	0,06	0,08	0,04	0,02	0,2
2	0,03	0,04	0,02	0,01	0,1
	0,3	0,4	0,2	0,1	

$P(X=0) = 0,21 + 0,06 + 0,03 = 0,3$
 $P(Y=0) = 0,21 + 0,28 + 0,14 + 0,07 = 0,7$
 $P(X=1, Y=0) = ?$
 $P(X=1) \cdot P(Y=0)$

$$X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$E(X) = 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,1 = 1,1$$

$$Y: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$E(Y) = 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 = 0,4$$

b) Ако знамо да даде прва играча рачу сумм
капачуштем, одредим дамашву раслодену за Y, а
земим $E(Y|X=3)$.

оно је безусловна раслодена за Y, а ми се
питамо како изгледа раслодена за $Y|X=3$

$$Y|X=3: \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Y \ X	0	1	2	3
0	0,21	0,28	0,14	0,07
1	0,06	0,08	0,04	0,02
2	0,03	0,04	0,02	0,01

A = "дамаш X рачу сумм капачуштем"

$$Y|X=3: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,07 & 0,02 & 0,01 \end{pmatrix} ?$$

$\Sigma \neq 1$

може да се
деми са $P(X=3) = 0,1$

$$X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

одговоре

генерация с 0,1

$$Y|X=3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$E(Y|X=3) = 0 \cdot 0,7 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 = 0,4$$

ii) $E(Y|X \geq 2)$

A = "X je Najmanje 2"

Y \ X	0	1	2	3
0	0,21	0,28	0,14	0,07
1	0,06	0,08	0,04	0,02
2	0,03	0,04	0,02	0,01

Рационална за $Y|X \geq 2$

$$Y|X \geq 2 = \begin{pmatrix} ? & & \end{pmatrix}$$

$$Y|X \geq 2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,14+0,07 & 0,04+0,02 & 0,02+0,01 \end{pmatrix}$$

$$Y|X \geq 2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,21 & 0,06 & 0,03 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2+0,1 \end{pmatrix}$$

генерация с $P(X \geq 2) = 0,3$

$\Sigma \neq 1$
: 0,3

$$Y|X \geq 2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

godinama ucinu racunovany
cy che brzene jep
cy cn. y ojam zagovnyky
ten. NEZABVISTE

$$\Rightarrow E(Y|X \geq 2) = 0,4$$

g) $E(X | Y < 2)$

Y \ X	0	1	2	3
0	0,21	0,28	0,14	0,07
1	0,06	0,08	0,04	0,02
2	0,03	0,04	0,02	0,01

$P(A) = P(Y=0) + P(Y=1)$
 $= 0,7 + 0,2 = 0,9$

$$X_{|Y < 2} : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,21+0,06 & 0,36 & 0,18 & 0,09 \end{pmatrix}$$

$\downarrow : 0,9$

$$X_{|Y < 2} : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

racunogera sa X
 ce nije ispravna
 jer su X, Y nez.

НЕЗАВИСНОСТ ДВЕ ЛП. ПРОМЕНЛИВЕ

$$P_{X,Y}(x,y) = P(X=x \wedge Y=y) \stackrel{\uparrow}{=} P(X=x) \cdot P(Y=y) = P_X(x) \cdot P_Y(y)$$

oko ce ispravna \uparrow

oko ispa za svaku sa $\forall X, Y$

...ce comprising eight equally likely event points, as s

