

- Data je funkcija  $f : R^2 \rightarrow R$ .
  - 5 Odrediti verovatnoću da tromotorni avion može da leti, ako je  $p = 0.2$ .
  - 5 Odrediti verovatnoću da petomotorni avion može da leti, ako je  $p = 0.2$ .
  - 2 Koji avion je sigurniji, ako je  $p = 0.2$ ?
  - 8 Za koje vrednosti  $p$  je tromotorni avion sigurniji od petomotornog?
- Sa jednog predajnika se šalje signal 0 sa verovatnoćom 0.51, ili se šalje signal 1, sa verovatnoćom 0.49. Pri prenosu se javljaju šumovi. To dovodi do toga da se 0 prima kao 1 sa verovatnoćom 0.15, a da se 1 prima kao 0 sa verovatnoćom 0.2.
  - 6 Odrediti verovatnoću prijema 1.
  - 7 Odrediti verovatnoću prijema ispravnog signala.
  - 7 Ako znamo da je primljena 0, odrediti verovatnoću da je poslana 1.
- Jedan strelac ima 5 metaka. On gadjja u metu sve dok je ne pogodi, ili dok ne potroši svoje metke. Poznato je da je verovatnoća pogodjanja mete jednaka 0.7 (i ne menja se tokom gadjjanja).
  - 10 Odrediti raspodelu verovatnoća slučajne promenljive  $X$ , koja predstavlja broj utrošenih metaka.
  - 10 Ako je  $A$  događaj da postoji barem dva promašaja, izračunati  $E(X|A)$ .
- Trostrana pravilna "kocka" sa oznakama 1, 2 i 3 se baca jedanput. Rezultat koji se dobije određuje koliko ćemo puta bacati novčić. Neka je  $X$  slučajna veličina koja označava ishod bacanja kockice, a  $Y$  slučajna veličina koja označava koliko puta je dobijeno pismo prilikom bacanja novčića. Odrediti:
  - 4 dvodimenzionu raspodelu slučajne promenljive  $(X, Y)$  i upisati u tabelu sve  $p_{X,Y}(x, y)$ .
  - 2  $P(X > 1)$  i  $P(Y = 1)$
  - 2  $E(Y)$ .
  - 4  $P(X = 2|Y = 1)$ ,  $P(X \geq 2|Y = 1)$  i  $P(X \geq 2|Y \geq 1)$
  - 4  $E(X|Y = 1)$ .
  - 4  $E(Y|X = 3)$ .
- Petoro dece igra igru osvajanja peščanika. Postoje dva peščanika u parkiću (beli i sivi), a na samom početku igre petoro dece je nasumično raspoređeno u ta dva peščanika. Ne postoji ograničenje koliko dece može boraviti u jednom peščaniku. U svakom koraku njihove igre, samo jedno dete istrčava iz svog peščanika i prelazi u drugi. Svako dete ima podjednaku šansu da istrči i predje u drugi peščanik. Igra se završava ako u nekom peščaniku ostane samo jedno dete.
  - 13 Opisati Markovljevim procesom ovu igru. Neka svakom stanju odgovara BROJ dece koja se nalaze u belom peščaniku. Odrediti moguće prelaskе kroz stanja i njihove verovatnoće.
  - 7 Dobili smo informaciju o početnom stanju igre: u belom peščaniku se nalazi dvoje dece. Koja je verovatnoća da je igra završena nakon najviše 3 koraka?

Rešenja na TMF-u u Beogradu jul 2025.

A grupa

- T="tromotorni avion leti"  
P="petomotorni avion leti"
  - $p(T) = \binom{3}{2}p(1-p)^2 + (1-p)^3 = (1-p)^2(2p+1) = 0.896$ , za  $p = 0.2$
  - $p(P) = \binom{5}{3}p^2(1-p)^3 + \binom{5}{4}p(1-p)^4 + (1-p)^5 = (1-p)^3(6p^2 + 3p + 1) = 0.942$ , za  $p = 0.2$
  - Petomotorni je sigurniji od tromotornog jer, je  $p(P) > p(T)$ .
  - $p(T) > p(P) \Leftrightarrow$   
 $(1-p)^2(2p+1) > (1-p)^3(6p^2 + 3p + 1) \Leftrightarrow$   
 $2p+1 > (1-p)(6p^2 + 3p + 1) \Leftrightarrow$   
 $2p+1 > 6p^2 + 3p + 1 - 6p^3 - 3p^2 - p \Leftrightarrow$   
 $0 > p^2(3 - 6p) \Leftrightarrow$   
 $0 > 3 - 6p \Leftrightarrow$   
 $p > 1/2 \Leftrightarrow$   
 Za  $p > 1/2$  tromotorni avion će biti sigurniji od petomotornog.
- $p(\rightarrow 1) = 0.4685$
  - $p(I) = 0.8255$
  - $p(1 \rightarrow | \rightarrow 0) = 0.184$
- $X : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0.7 & 0.21 & 0.063 & 0.0189 & 0.0081 \end{pmatrix}$ .
  - $X|A : \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0.7 & 0.21 & 0.09 \end{pmatrix}$ .  
 $E(X|A) = 3.39$ .
- | Y/X | 1             | 2              | 3              |
|-----|---------------|----------------|----------------|
| 0   | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{24}$ |
| 1   | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$  | $\frac{1}{3}$  |
| 2   | 0             | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$  |
| 3   | 0             | 0              | $\frac{1}{24}$ |

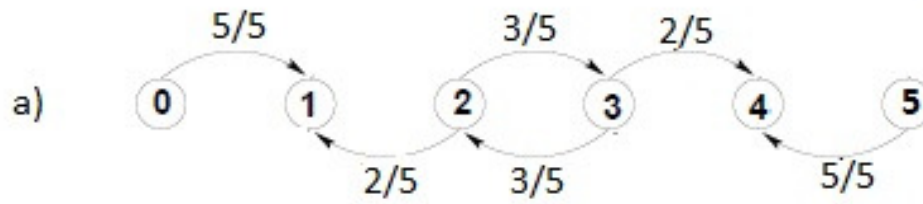
  - $P(X > 1) = 2/3$  i  $P(Y = 1) = 11/24$

c)  $E(Y) = 1$

d)  $P(X = 2|Y = 1) = 4/11$ ,  $P(X \geq 2|Y = 1) = 7/11$  i  $P(X \geq 2|Y \geq 1) = 13/17$

e)  $E(X|Y = 1) = 21/11$ .

f)  $E(Y|X = 3) = 3/2$ .



5. b)  $p = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \frac{3}{5} \frac{2}{5} = 0.784$