

1. Odrediti verovatnoće posmatranih događaja ako se pravilna kocka numerisana brojevima 1,2,3,4,5 i 6 baca dva puta:

  - a)  $D_1 = \{\text{zbir dobijenih brojeva jednak 9}\}$
  - b)  $D_2 = \{\text{zbir dobijenih brojeva veći od 5, a manji od 10}\}$
  - c)  $D_3 = \{\text{zbir dobijenih brojeva je paran broj}\}$
  - d)  $D_4 = \{\text{prvi dobijeni broj je veći od drugog}\}$
  - e)  $D_5 = \{\text{veći od dobijenih brojeva je manji od 4}\}$
  - f)  $D_6 = \{\text{bar jedan od dobijenih brojeva je neparan}\}$
  - g)  $D_7 = \{\text{zbir kvadrata dobijenih brojeva je 25}\}$
2. Pri proizvodnji jednog artikla utvrđeno je da defekt prve vrste ima verovatnoću 0.3, a defekt druge vrste verovatnoću 0.2. Defekti se pojavljuju nezavisno jedan od drugog. Ako se na slučajan način izabere pet takvih artikala, naći verovatnoću:

  - a)  $\frac{5}{8}$  Da nijedan od 5 artikala nije defektan.
  - b)  $\frac{7}{8}$  Da su svih 5 artikala defektni.
  - c)  $\frac{8}{8}$  Da svaki od 5 artikala ima samo jednu vrstu defekta, bez obzira koju, ako je poznato da je svaki od njih defektan.
3. Kutija sadrži 30 kuglica, od kojih je 6 crnih, ostale su bele. Na slučajan način se izvlači 5 kuglica. Neka je  $X$  broj crnih kuglica među 5 izabраниh.

  - a)  $\frac{6}{8}$  Naći raspodelu verovatnoća slučajne promenljive  $X$ , ako se kuglice izvlače bez vraćanja u kutiju.
  - b)  $\frac{6}{8}$  Naći raspodelu verovatnoća slučajne promenljive  $X$ , ako se kuglice izvlače sa vraćanjem u kutiju.
  - c)  $\frac{8}{8}$  Koji je naziv raspodele slučajne veličine opisane pod b) ? Odrediti njeno matematičko očekivanje  $E(X)$ .
4. Neka slučajna veličina  $X$  ima normalnu raspodelu  $X \sim N(7, 25)$ . Odrediti:

  - a)  $\frac{2}{4}$   $P(X \leq 12)$
  - b)  $\frac{2}{4}$   $P(-1 \leq X \leq 9)$
  - c)  $\frac{3}{4}$   $P(X \leq -2)$
  - d)  $\frac{4}{4}$   $P(X \geq -1)$
  - e)  $\frac{4}{4}$   $P(X = 2)$
  - f)  $\frac{5}{4}$  odrediti  $x$  takvo da je  $P(X \leq x) = 0.1977$
5. Igrač  $A$  i  $B$  igraju igru koja se zove "isti novčići". U svakom potezu oba igrača tajno okrenu jedan svoj novčić na pismo ili glavu, a onda u isto vreme otkrivaju svoj izbor drugom igraču. Ako su oba novčića okrenuta na istu stranu (oba na pismo, ili oba na glavu), tada  $A$  "osvaja" novčić koji je  $B$  okretao. U suprotnom (jedan novčić je okrenut na pismo, a drugi na glavu),  $B$  osvaja novčić koji je do tada pripadao  $A$ . Igra se završava kada jedan od igrača izgubi sve svoje novčiće. Na početku igre igrači imaju ukupno 5 novčića, ali ne znamo kako su tih 5 novčića raspodelili među sobom.

  - a)  $\frac{12}{12}$  Opisati Markovljevim procesom ovu igru. Neka svakom stanju odgovara BROJ novčića koji u tom trenutku poseduje igrač  $B$ .
  - b)  $\frac{8}{8}$  Dobili smo informaciju o početnom stanju igre: igrač  $A$  je krenuo sa 3 novčića, a igrač  $B$  sa 2. Odrediti u ovom slučaju verovatnoću da igrač  $A$  izgubi sve novčiće u tačno 5 poteza.

Rešenja na TMF-u u Beogradu 05.02.2020.

A grupa

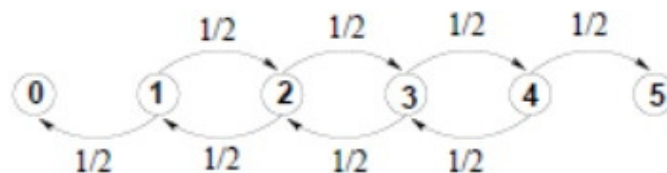
- a)  $D_1 = \frac{4}{36}$
  - b)  $D_2 = \frac{20}{36}$
  - c)  $D_3 = \frac{18}{36}$
  - d)  $D_4 = \frac{15}{36}$
  - e)  $D_5 = \frac{9}{36}$
  - f)  $D_6 = \frac{27}{36}$
  - g)  $D_7 = \frac{2}{36}$
- $A = \{\text{artikal je ispravan}\}$  (govorimo o jednom posmatranom artiklu!)

$$p(A) = (1 - 0.3) \cdot (1 - 0.2) = 0.56$$
  - a)  $B = \{\text{5 artikala je ispravno}\} = \{\text{nijedan od 5 nije defektan}\}$   
 $p(B) = (p(A))^5 = 0.055$
  - b)  $C = \{\text{svih 5 artikala je defektno}\}$   
 $D = \{\text{artikal je defektan}\}$  (govorimo o jednom posmatranom artiklu, može imati jedan defekt ili oba defekta)  
 $p(D) = p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 0.44$   
 $p(C) = (p(D))^5 = 0.01649$ .
  - c)  $E = \{\text{artikal ima samo jedan defekt}\}$   
 $p(E) = 0.3 \cdot (1 - 0.2) + (1 - 0.3) \cdot 0.2 = 0.38$   
 $F = \{\text{svih 5 imaju samo jedan defekt}\}$   
 $p(F) = (p(E))^5 = 0.00792$   
 $p(F|C) = \frac{p(F \cap C)}{p(C)} = \frac{p(F)}{p(C)} = 0.4803$ .

3. a)  $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \binom{24}{\binom{5}{5}} & \binom{6}{\binom{1}{\binom{24}{\binom{30}{5}}}} & \binom{6}{\binom{2}{\binom{24}{\binom{30}{5}}}} & \binom{6}{\binom{3}{\binom{24}{\binom{30}{5}}}} & \binom{6}{\binom{4}{\binom{24}{\binom{30}{5}}}} & \binom{6}{\binom{5}{\binom{30}{5}}} \end{pmatrix}$ .
- b)  $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \binom{4}{\binom{5}{5}} & \binom{5}{\binom{1}{\binom{4}{\binom{5}{5}}}} & \binom{5}{\binom{2}{\binom{4}{\binom{5}{5}}}} & \binom{5}{\binom{3}{\binom{4}{\binom{5}{5}}}} & \binom{5}{\binom{4}{\binom{4}{\binom{5}{5}}}} & \binom{1}{\binom{5}{5}} \end{pmatrix}$ .
- c) Binomna raspodela  $X \sim \mathcal{B}(5, \frac{1}{5})$ .  $E(X) = n \cdot p = 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$

4. a)  $P(X \leq 12) = 0.8413$   
 b)  $P(-1 \leq X \leq 9) = 0.6006$   
 c)  $P(X \leq -2) = 0.0359$   
 d)  $P(X \geq -1) = 0.9452$   
 e)  $P(X = 2) = 0$   
 f)  $P(\frac{X-7}{5} \leq \frac{x-7}{5}) = P(X^* \leq \frac{x-7}{5}) = 1 - P(X^* \leq -\frac{x-7}{5}) = 0.1997$   
 $\Rightarrow P(X^* \leq -\frac{x-7}{5}) = 1 - 0.1977 = 0.8023$   
 $-\frac{x-7}{5} = 0.85 \Rightarrow x = 2.75$

5. a)



b)  $p = 3 \cdot \frac{1}{2}^5$