

- Radnik ide svaki dan na posao autobusom, tramvajem ili biciklom. U 50% slučajeva se opredeljuje za autobus, u 20% posto slučajeva za tramvaj, i u 30% slučajeva za bicikl. Verovatnoća da će zbog kašnjenja autobusa zakasniti na posao je 0.05, u slučaju izbora tramvaja ta verovatnoća iznosi 0.1, a biciklom kasni sa verovatnoćom 0.01.
 - $\boxed{10}$ Izračunati verovatnoću sa kojom radnik kasni na posao.
 - $\boxed{10}$ Ako je radnik zakasnio na posao, koliko iznosi verovatnoća da on na posao nije išao autobusom?
- U kutiji se nalaze tri kuglice označene brojem 1, četiri kuglice označene brojem 2 i dve kuglice označene brojem 3. Na slučajan način izvlačimo odjednom dve kuglice iz kutije. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja zbir izvučenih brojeva.
 - $\boxed{10}$ Naći zakon raspodele slučajne promenljive X
 - $\boxed{4}$ Izračunati $E(X)$.
 - $\boxed{6}$ Ako je A događaj da je zbir izvučenih brojeva barem 4, izračunati $E(X|A)$.
- $\boxed{20}$ Ako je data funkcija gustine verovatnoća neprekidne slučajne promenljive $f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$, odrediti funkciju raspodele $F_X(x)$ i izračunati $p(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{4})$.
- Slučajna promenljiva Y ima normalnu raspodelu $N(7, 9)$.
 - $\boxed{6}$ Skicirati grafik funkcije gustine ove promenljive.
 - $\boxed{14}$ Odrediti interval I simetričan u odnosu na tačku $y = 7$ tako da važi $p(Y \in I) = 0.2586$.
- Petar i Džordž igraju karte i pritom ulažu novac pri svakoj partiji. Petar je iskusen igrač i pobeđuje Džordža svaku partiju sa verovatnoćom 0.8, prekida igru ako izgubi sav novac, a takodje završava kartanje ako zaradi 2000 dinara (ne računajući novac koji je poneo sa sobom!). Petar u svakoj partiji ulaže sav novac koji ima sa sobom (ili onoliko koliko mu treba da dostigne svoju granicu od zaradenih 2000 din), i na kraju partije može ili da izgubi sav novac koji je uložio u toj partiji, ili da zaradi koliko je uložio. Neka svakom stanju odgovara KOLIČINA novca koju poseduje Petar.
 - $\boxed{10}$ Opisati Markovljevim procesom ovu igru ako znamo da je Petar na početku igre imao 200 dinara kod sebe. Odrediti moguće prelaskе kroz stanja i verovatnoće prelazaka.
 - $\boxed{10}$ Ako znamo da Petar trenutno ima 1600 dinara kod sebe, a da je igru započeo sa 200 dinara, koja je verovatnoća da će izgubiti sav novac za najviše 9 partija ?

Rešenja na TMF-u u Beogradu januarski rok 2023.

A grupa

- Označimo sledeće događaje:

K ="radnik kasni na posao"

A ="radnik je na posao išao autobusom"

$$a) p = 0.5 \cdot 0.05 + 0.2 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.01 = 0.048.$$

$$b) p(\bar{A}|K) = 1 - p(A|K) = 1 - \frac{p(K|A) \cdot p(A)}{p(K)} = 1 - \frac{0.05 \cdot 0.5}{0.048} = 1 - 0.5208 = 0.4792$$

$$2. a) p(X = 2) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{3}{36}$$

$$p(X = 3) = \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{12}{36}$$

$$p(X = 4) = \frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{12}{36}$$

$$p(X = 5) = \frac{\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{8}{36}$$

$$p(X = 6) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{36}$$

Pa je raspodela za X određena sa:

$$X : \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{3}{36} & \frac{12}{36} & \frac{12}{36} & \frac{8}{36} & \frac{1}{36} \end{pmatrix}.$$

$$b) E(X) = \frac{34}{9} = 3.77$$

$$c) X|A : \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ \frac{12}{21} & \frac{8}{21} & \frac{1}{21} \end{pmatrix}.$$

$$E(X|A) = \frac{94}{21} = 4.475$$

$$3. F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1. \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

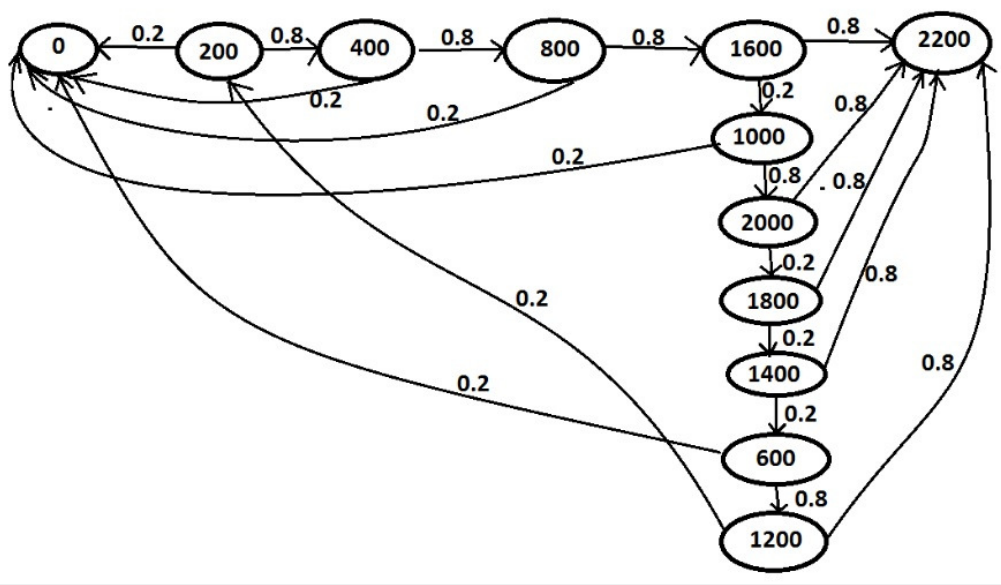
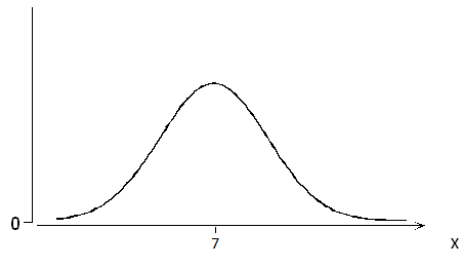
$$p = 9/16$$

- a) b) Interval I koji je simetričan oko broja 7 je oblika $I = (7 - a, 7 + a)$, za neko a koje je potrebno odrediti.

$$P(7 - a \leq Y \leq 7 + a) = 0.2586..$$

$$a = 0.99$$

$$I = (6.01, 7.99)$$



5. b) $p = 0.2 \cdot 0.2 +$
 $0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 +$
 $0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 +$
 $0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2$
 $= 0.0403$