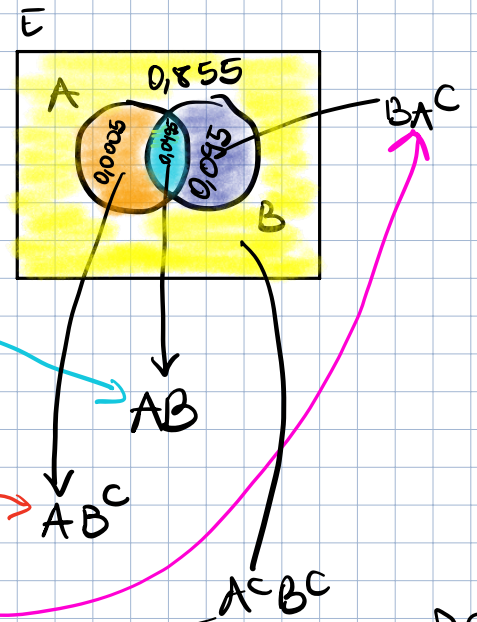
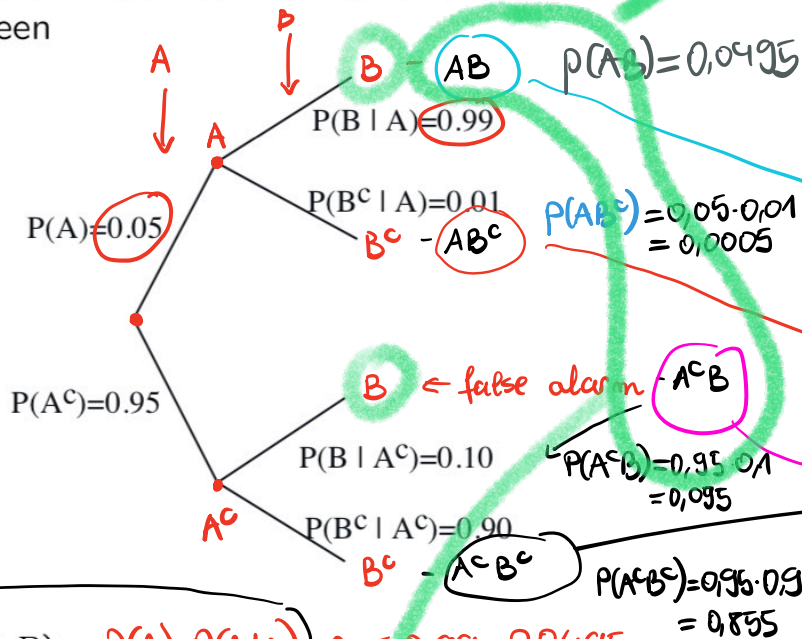


Models based on conditional probabilities

- Event A: Airplane is flying above
- Event B: Something registers on radar screen



$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.05 \cdot 0.99 = 0.0495$$

$$P(B) = P(AB) + P(A^cB) = 0.0495 + 0.095 = 0.1445$$

$$= P(A) \cdot P(B|A) + P(A^c) \cdot P(B|A^c) = 0.1445$$

$$P(A|B) =$$

Q3) $AB = \emptyset$
 $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

B^c	AB^c	A^cB^c
B	AB	A^cB
	A	A^c

Зачем это нужно?

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

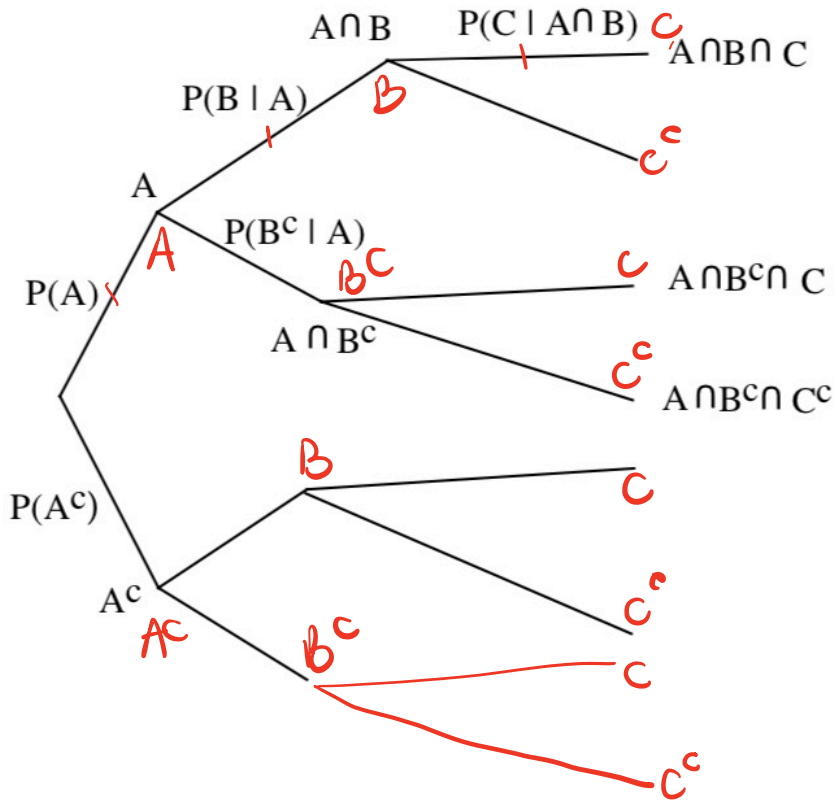
← условная вер. формула

$$\Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.0495}{0.1445} = 0.34 \leftarrow \text{яко надо?!}$$

Multiplication rule

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B | A) \cdot P(C | A \cap B)$$



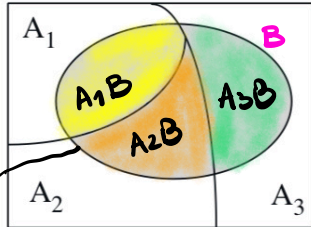
Формулаи гласи:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A \cap B) \cdot P(C | A \cap B) =$$
$$P(A) \cdot P(B | A) \cdot P(C | A \cap B)$$

$$\rightarrow P(A) \cdot P(B | A) \cdot P(C | A \cap B)$$

Total probability theorem

- Divide and conquer
- Partition of sample space into A_1, A_2, A_3
- Have $P(B | A_i)$, for every i



- One way of computing $P(B)$:

$$P(B) = P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2) + P(A_3)P(B | A_3)$$

$$P(B) = P(A_1B) + P(A_2B) + P(A_3B)$$

$$= P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$$



ФОРМУЛА ТОТАЛНЕ ВЕРОВАТНОЃЕ

A_1 - албион је на меду

A_2 - јачко усака је на меду

A_3 - непа нитеја на меду

Прошир исхода E

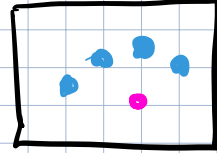
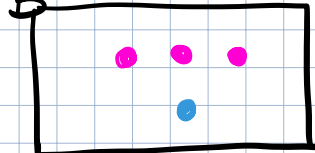
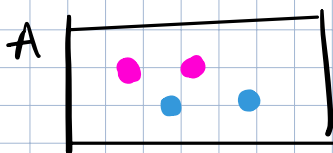
генито на ХИПОТЕЗЕ (A_1, A_2, A_3)

- морају бити ДИСЈУНКТИВНЕ



- Њихова унија мора бити E

Заг: Иммо 3 кување (наше?)



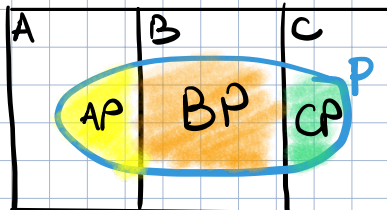
$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(C) = \frac{1}{3}$$

Која је вероватноћа за издеремо ПЛВУ кување?

P = "издереамо само црну кување"



$$P(P) = P(AP) + P(BP) + P(CP)$$

$$= P(A) \cdot P(P|A) + P(B) \cdot P(P|B) + P(C) \cdot P(P|C)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} +$$

БАЈЕСОВО ПРАВИЛО

$A = \text{"авиат је на путу"} \leftarrow \text{хитроуеси}$

$P(A) = 0,05 \leftarrow \text{АНРИОРИ вероватноћа, иј.}$
вероватноћа ПРЕ извођења експер.

$P(A|B) = 0,34 \leftarrow \text{АНПОСТЕРИОРИ вероватноћа}$
хитроуесе, иј. НАМЕ извођења експер.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

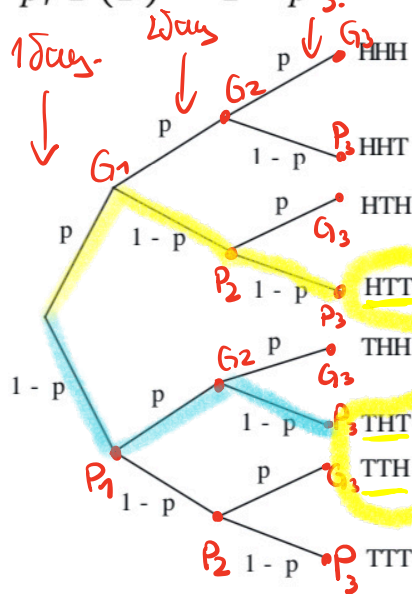
Бајесова др-ла нам даје
везу између ове 2 условне вероватноће!

НЕЗАВИСНОСТ

Models based on conditional probabilities

- 3 tosses of a biased coin:

$$P(H) = p, P(T) = 1 - p$$



← Uana je samo 1 mala y 3 dugavica

$$P(THT) = (1-p) \cdot p \cdot (1-p)$$

$$P(1 \text{ head}) = P(HTT) + P(THT) + P(TTH) = (1-p)(1-p) + (1-p)p(1-p) + (1-p)(1-p)p = 3p(1-p)^2$$

$$P(\text{first toss is H} \mid 1 \text{ head}) = \frac{P(HTT)}{P(HTT) + P(THT) + P(TTH)} = \frac{p(1-p)^2}{3p(1-p)^2} = \frac{1}{3}$$

Umanjuje se kako ga imam y ova 3 qislatstva samo 1 dugavica => p=1/3

PRECEK

$$P(\text{Uana je iplo mala I Uana je samo jedna mala}) = \frac{P("HTT")}{P("HTT") + P("THT") + P("TTH")} = \frac{p(1-p)^2}{3p(1-p)^2} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{P("HTT")}{P("HTT") + P("THT") + P("TTH")} = \frac{p(1-p)^2}{3p(1-p)^2} = \frac{1}{3}$$

Bez odzupa miša ce gacino y apnom
Srećnoy, lep. ga be y gmpion uacnu Γ ce
HE NEBA

Što obično zovemo HEZAVISNOST?

DEF: ĐVA DOGAĐAJA SU HEZAVISNA AKO VAŽI

$$P(B|A) = P(B)$$

VAŽI obrnuto: $P(A|B) = P(A)$

Logički ce drne izvodi:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Ako su A, B nezavisni $P(B)$

$$\Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Druga DEF nezavisnosti, jer ne mora $P(A) \neq 0$

Kako proveriti nezavisnost?

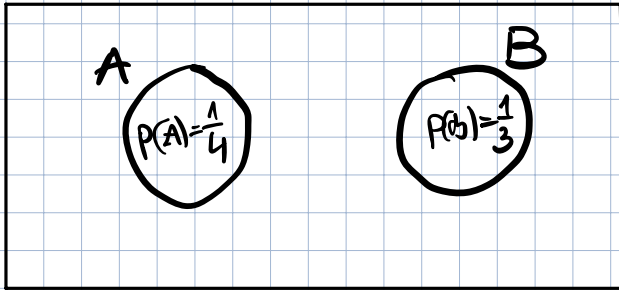
- Nekad intuitivno
- Nekad preko drne

$$P(\dots) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{"vaša kupa"}) = 0,05$$

$$P(\dots) \cdot P(\text{"vaša kupa"}) = P(\dots \text{ n.})$$

НЕ МОЖАТИ НЕЗАВИСИЖЕТ СА !!!
 ДИСЈУНКТИВНОШЌУ !!!



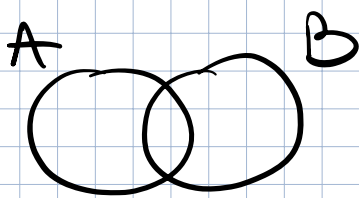
← дисјунктни А и В

Ако кажемо "веројатно се А" то мења
 веројатноста за Б, тј. она постоје = 0

Шта каже формула?

$$P(A) \cdot P(B) = \underbrace{P(A \cap B)} \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \neq 0$$

Нису независни,
 тј. ЗАВИСНИ СУ



← Да ли су независни?
 Не можемо да знаеме доко
 не проверимо форму!

The king's sibling

- The king comes from a family of two children. What is the probability that his sibling is female?

↓ Нека нам је пример некаја: сороси. са 2 деца

С	КС $\frac{1}{4}$	СС $\frac{1}{4}$
Ф	ФС $\frac{1}{4}$	ФФ $\frac{1}{4}$
	Б	С

Услови мџен

B = "родно се крало у сороси
 са 2 деца"

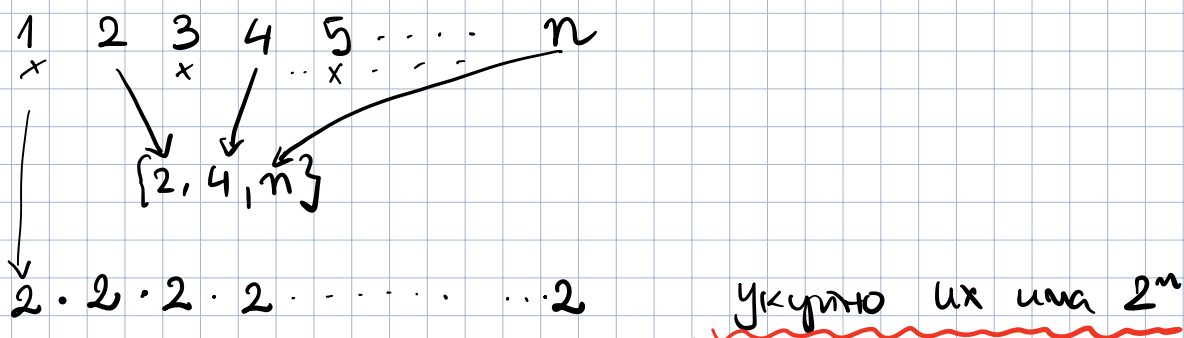
$$P(B) = 3 \cdot \frac{1}{4}$$

A = "красо има сецургу"

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(Fc) + P(CF)}{P(B)} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4}}{3 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$$

ИЗРАЧУНАВАЊЕ

Зачг1 Определим број можских акупја $\{1, 2, \dots, n\}$



ТЕОРЕМА: Број k -комбинација n -исчлатој акупја је

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad \text{— БИНОМИЧУ КОЕФ ИЦИЈЕНТИ}$$

Број исплатих можских акупја од n -ел. је $\binom{n}{3}$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 број \emptyset број акупја од 1 чланом \vdots 1

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

Пример n независних дацања новчана. $P(G) = p$

$$P(GPPGGG) = P(1-p)(1-p)p \cdot p \cdot p = P^4 (1-p)^2$$

— исписо акупја је исписо G исписо

$= P(GGGGPP) =$ исписо исписо P и кажу се исплат. број.

$$P(\text{серветура}) = p^{\# \text{тала}} \cdot (1-p)^{\# \text{дрог уисана у серветури}}$$

Само 1 исход

Која је вероватноћа да је исход k тала

$$P(\text{"исход је } k \text{ тала"}) = p^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot (\text{дрог серветури које имају } k \text{ тала})$$

Колико их је ?



← n исхода

Како та n исхода распоредити k тала?

G G G P P P
 G G P G P P
 G G P P G P P
 G G P P P G P
 ...

Како распоредити 3 тала на 7 позиција?



$\binom{7}{3}$
 ↓ ↓ ↓
 0 0 0
 2 1 3

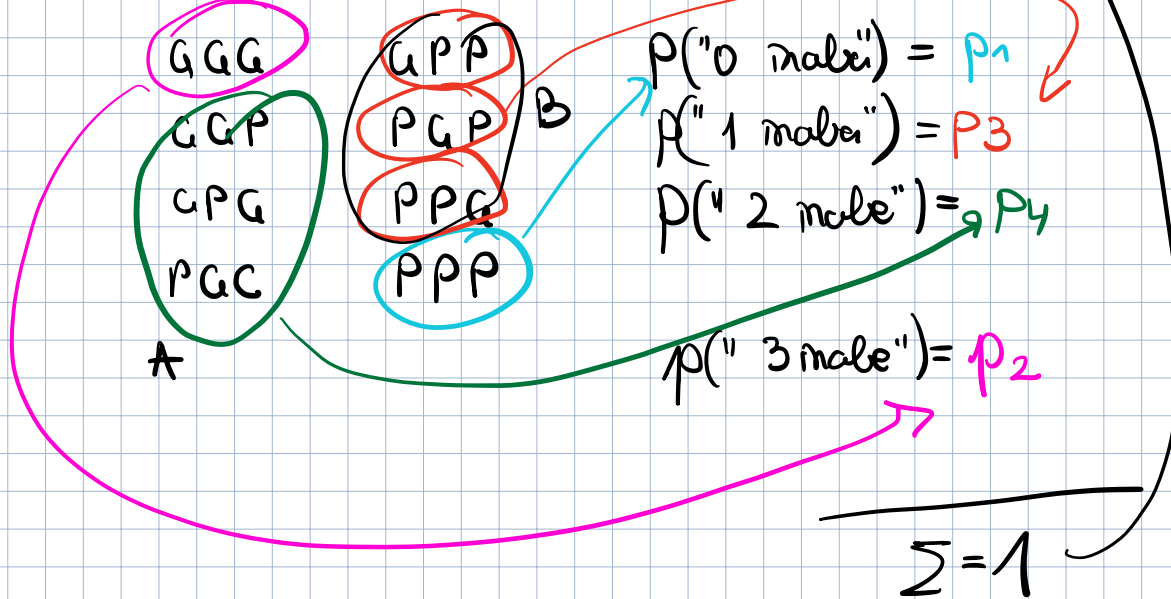
— колико имамо различитих подмножина скупа од 7 елемената

⇒ Од n исхода дирамо k -исхода да распоредимо тала на $\binom{n}{k}$ начина.

$$P(\text{"}k \text{ тала"}) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k=0, 1, 2, \dots, n$$

Колико је

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = 1$$



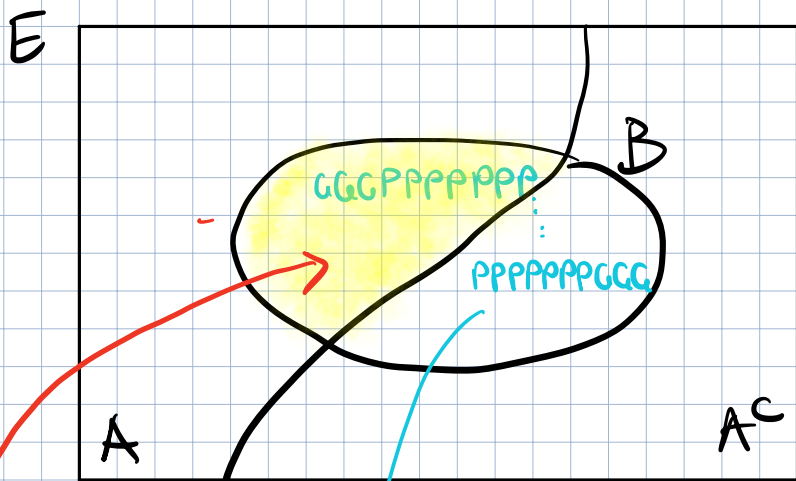
a3) $AB = \emptyset$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

пример

Бачамо поврнути 10x. $P(A) = p$

$B =$ "3 og 10 давања су А"

Јта. га се В догодило! Колика је (условна) вероватноћа га је у прва 2 давања годнјена А.?



Ако усамичујемо цео Е:

тукy две селкене
 једнако вероватноће!

јер тује $P(A) = P(B)$

- Ако усамичујемо

само В, га ми су

у ивану две селкене

са истом веров?

вер. било кје селв. у В је $= p^3(1-p)^7$

$P(A|B) = ?$

коликo има новобитих селкенигу
 узгеммо са

коликo има укупно селкенигу

6.6

используй A и B так как расчёт.

⇒ у нас 8 новых карт в колоде

они у нас

Сколько карт у нас в колоде?

$$\binom{10}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{8}{\binom{10}{3}} =$$

Пример У нас 52 карты в колоде 4-ух мастей.
Нам бер. 5 карт из колоды.