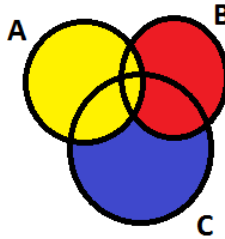
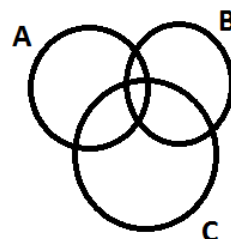
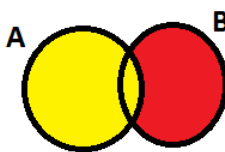
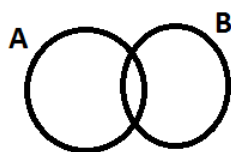


- Date događaje predstaviti kao unije disjunktne događaja, a zatim ispisati jednakost koja važi za te disjunktne događaje na osnovu treće aksiome teorije verovatnoće (aksiome o aditivnosti):
 - $D = A \cup B$
 - $E = A \cup B \cup C$
- Date su dve kutije. U prvoj se nalazi a belih, b crnih, a u drugoj c belih i d crnih kuglica.
 - Iz prve kutije se prebacuje jedna kuglica u drugu kutiju. Zatim se iz druge kutije izvlači kuglica. Naći verovatnoću da je ona bela.
 - Ako je $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$ i $d = 1$, odrediti verovatnoću da je iz druge kutije izvučena crna kuglica.
 - Ako je iz druge kutije izvučena crna kuglica, naći verovatnoću da je prebačena bela kuglica iz prve kutije.
- Kontrolor ima na stolu 4 proizvoda čiji kvalitet treba da proveri. Zna se da svaki proizvod može da bude neispravan sa verovatnoćom 0.1. Kontrolor vrši proveru sve dok ne otkrije dva neispravna proizvoda, a ako se to ne desi, on će proveravati sva 4 proizvoda.
 - Odrediti raspodelu za slučajnu promenljivu X koja predstavlja broj proveranih proizvoda.
 - Odrediti raspodelu za slučajnu promenljivu Y koja predstavlja broj neispravnih proizvoda.
 - Odrediti matematičko očekivanje i disperziju za Y .
- Ako je data funkcija gustine verovatnoća neprekidne slučajne promenljive $f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$, odrediti funkciju raspodele $F_X(x)$ i izračunati $p(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{2})$.

Rešenja na TMF-u u Beogradu Februar 2024

A grupa



$$\begin{aligned}
 D &= A \cup B\bar{A} \\
 A \cap B\bar{A} &= \emptyset \\
 E &= A \cup B\bar{A} \cup C\bar{A}\bar{B} \\
 A \cap B\bar{A} &= \emptyset \\
 A \cap C\bar{A}\bar{B} &= \emptyset \\
 B\bar{A} \cap C\bar{A}\bar{B} &= \emptyset
 \end{aligned}$$

- U zadatku nije navedeno da su A i B disjunktne, dakle potrebno je posmatrati opšti slučaj koji podrazumeva da njihov presek može biti i neprazan! Događaje D i E treba zapisati kao uniju nekih drugih događaja koji su (uvek!) disjunktne. Postoji više mogućih rešenja. Jedno od njih je:
 - $D = A \cup B\bar{A}$
 $P(D) = P(A) + P(B\bar{A})$
 - $E = A \cup B\bar{A} \cup C\bar{A}\bar{B}$
 $P(E) = P(A) + P(B\bar{A}) + P(C\bar{A}\bar{B})$
- Neka su događaji:

H_B = "iz prve kutije prebačena je bela kuglica u drugu kutiju"

H_C = "iz prve kutije prebačena je crna kuglica u drugu kutiju"

B = "iz druge kutije izvučena je bela kuglica"

C = "iz druge kutije izvučena je crna kuglica"

 - $p(B) = p(H_B) \cdot p(B|H_B) + p(H_C) \cdot p(B|H_C) = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{c+1}{c+d+1} + \frac{b}{a+b} \cdot \frac{c}{c+d+1}$
 - $p(B) = \frac{11}{15}$
 $p(C) = 1 - p(B) = \frac{4}{15}$
 - $p(H_B|C) = \frac{p(H_B \cap C)}{p(C)} = \frac{p(C|H_B) \cdot p(H_B)}{p(C)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{4}{15}} = \frac{1}{4}$
- Označimo sa 'N' pojavu neispravnog proizvoda, a sa 'I' ispravan proizvod.
 - $p(X = 2) = p(NN) = 0.1 \cdot 0.1 = 0.01$
 $p(X = 3) = p(INN) + p(NIN) = 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot 0.9 \cdot 0.1 = 0.018$

$$p(X=4) = 1 - p(X=2) - p(X=3) = 0.972$$

$$X : \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0.01 & 0.018 & 0.972 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } p(Y=0) = p(IIII) = 0.9^4 = 0.6561$$

$$p(Y=1) = p(NIII) + p(INII) + p(IINI) + p(IIIN) = 4 \cdot 0.9^3 \cdot 0.1 = 0.2916$$

$$p(Y=2) = 1 - p(Y=0) - p(Y=1) = 0.0523 = p(NN) + p(INN) + p(NIN) + p(IINN) + p(ININ) + p(NIIN)$$

$$Y : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.6561 & 0.2916 & 0.0523 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } E(Y) = 0.3962, D(Y) = 0.3438.$$

$$4. F_X(x) = \int_0^x 2x dx = x^2, \text{ za } 0 \leq x < 1. \text{ Zato:}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$p(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{2}) = F_X(\frac{1}{2}) - F_X(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}.$$