

ДИСКРЕТНИ СЛУЧАЈНИ ВЕКТОРИ

Посматрамо 2-димензиону сл. величину (дискретну)

$$(X, Y)$$

$$P_{X,Y}(x,y) = P(X=x \text{ и } Y=y)$$

пример: Кошка ← 4-цифра се баци 2x. Нека је X сл. вел. која представља број годњетих дрва, а Y максимум годњетих дрвеља

$$X \in \{1, 2, 3, 4\}$$

$$Y \in \{1, 2, 3, 4\}$$

Y \ X	1	2	3	4
1	$\frac{1}{16}$	0	0	0
2	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	0	0
3	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	0
4	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$

$$P(X,Y)$$

$$P(1,1)$$

↑
број је једна 1
макс је 1

$\begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 21 \\ 22 \\ 23 \\ 24 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 31 \\ 32 \\ 33 \\ 34 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 41 \\ 42 \\ 43 \\ 44 \end{pmatrix}$
--	--	--	--

↑
P сваког исхода је $\frac{1}{16}$

- $P(2,1)$ $P(2,3)$ $P(3,1)$
- $P(2,2)$ $P(2,4)$ $P(3,2)$ $P(1,2)$
- $P(3,3)$ $P(3,4)$

ОСЛОБИТЕ:

$$\sum_x \sum_y P_{X,Y}(x,y) = 1$$

$$P_X(3) = P(X=3) = 0 + 0 + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16}$$

↑
дискретна X, а непремано Y

Ако знамо маргиналну расподелу, штада можемо одредити и обичну, тј. МАРГИНАЛНУ расподелу.

Y \ X	1	2	3	4	
1	$\frac{1}{16}$	0	0	0	$\frac{1}{16}$
2	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	0	0	$\frac{3}{16}$
3	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	0	$\frac{5}{16}$
4	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{7}{16}$
	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	

$$Y: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{16} & \frac{3}{16} & \frac{5}{16} & \frac{7}{16} \end{pmatrix}$$

$$X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{4}{16} & \frac{4}{16} & \frac{4}{16} & \frac{4}{16} \end{pmatrix}$$

Шта је са условном вероватношћом?

$$P_{X|Y}(x|y) = P(X=x | Y=y) = \frac{P_{X,Y}(x,y)}{P_Y(y)}$$

тип. $Y=2$

$$y=2: \frac{1}{16} \quad \frac{2}{16} \quad 0 \quad 0$$

расподела за X је

$$X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{16} & \frac{2}{16} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P(Y=2) = \frac{3}{16}$$

можемо га потврдити
($\sum p = 1$)

вероватноће добијемо са $P(Y=2)$

$$X: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow X_{Y=2}: \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\frac{1}{16}}{\frac{3}{16}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\frac{2}{16}}{\frac{3}{16}} = \frac{2}{3}$$

Пример 1. Две итрака у фабрици производе угрелени произведи. Пана је X са бен. која одређује број арти. произведених на итракој итраци, а Y на другој. Расподела геометријс. са бен. (X,Y) грана је иадонизи

Y \ X	0	1	2	3	
0	0,21	0,28	0,14	0,07	0,7
1	0,06	0,08	0,04	0,02	0,2
2	0,03	0,04	0,02	0,01	0,1
	0,3	0,4	0,2	0,1	

а) Израчунајте P за итра итрака произведи иате одређена од групе.

$$P(X < Y) = P(0,1) + P(0,2) + P(1,2) = 0,06 + 0,03 + 0,04 = 0,13$$

б) Израчунајте очекиване вредности са бенитица X и Y.

$$X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$Y: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$E(X) = 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,1 = 1,1$$

$$E(Y) = 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 = 0,4$$

в) Ако знамо да гана итра итрака рази итраци итраци-и итраци, одређијте гана итраци расподелу за Y, а саиам $E(Y|X=3)$

ио итраи X=3

$$Y_{X=3}: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,07 & 0,02 & 0,01 \end{pmatrix}$$

A = " итра итрака рази итраци."

гана са $P(X=3) = 0,1$

$$Y_{X=3}: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \Sigma = 1$$

Y \ X	0	1	2	3	
0	0,21	0,28	0,14	0,07	0,7
1	0,06	0,08	0,04	0,02	0,2
2	0,03	0,04	0,02	0,01	0,1
	0,3	0,4	0,2	0,1	

$$E(Y|X=3) = 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 = 0,4$$

$$i) E(Y|X \geq 2)$$

$$B = "X \geq 2" \quad P(B) = 0,3$$

$$Y_{X \geq 2}: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,21 & 0,06 & 0,03 \end{pmatrix} \quad P(B) = 0,3$$

$$\downarrow$$

$$0,14 + 0,07$$

$$Y_{X \geq 2}: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$E(Y|X \geq 2) = 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 = 0,4$$

↓
 Исклучуваме ја
 со X и Y нечетките,
 јер се Y вистина
 иску, без одзвук на X.

$$g) E(X|Y < 2)$$

Y \ X	0	1	2	3	
0	0,21	0,03	0,14	0,07	0,7
1	0,06	0,08	0,04	0,02	0,2
2	0,03	0,04	0,02	0,01	0,1
	0,3	0,4	0,2	0,1	

$$C = "Y < 2"$$

$$P(C) = 0,9$$

$$X_{Y < 2}: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,27 & 0,36 & 0,18 & 0,09 \end{pmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$0,21 + 0,06$$

$$P(C) = 0,9$$

$$X_{Y < 2}: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$E(X|Y < 2) = 1,1$$

$$P_{X,Y}(x,y) = P(X=x \text{ и } Y=y) = P(X=x) \cdot P(Y=y) \leftarrow \text{НЕЗАВИСИМОСТ}$$

↓
 з = доаки наред (X,Y)