

- U kutiji se nalaze 2 bele i 4 crne kuglice. Na slučajan način, bez vraćanja biramo jednu za drugom dve kuglice. Neka su slučajne promenljive X i Y jednake broju belih kuglica u prvom, odnosno drugom izvlačenju.
 - $\boxed{3}$ Odrediti raspodele verovatnoća slučajnih promenljivih X i Y .
 - $\boxed{4}$ Odrediti dvodimenzionu raspodelu slučajne promenljive (X, Y) i upisati u tabelu sve $p_{(X,Y)}(x, y)$
 - $\boxed{4}$ Odrediti raspodelu slučajnih veličina XY i $X + Y$
 - $\boxed{3}$ Izračunati standardne devijacije σ_x i σ_y
 - $\boxed{4}$ Izračunati vrednost $\frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sigma_x \sigma_y}$ (koeficijent korelacije)
- $\boxed{15}$ Jedna fabrika proizvodi artikle, čiji prečnik ima raspodelu $N(31.75, 0.04)$. Ako su granice tolerancije 31.55 i 31.95, oceniti koliko će artikala biti odbačeno prilikom kontrole 10 000 artikala.
- Petar i Marija igraju igru osvajanja loptica. Postoje 4 loptice i one su rasporedjene u dve kutije: Petrovu kutiju i Marijinu kutiju. Oni na raspolaganju imaju jednu hvataljku kojom pokušavaju da prihvate po jednu lopticu iz tuđe kutije, pa da je prebace u svoju. Igra se završava kada jedan igrač prebaci sve loptice u svoju kutiju. Petar i Marija hvataljku koriste naizmenično. U jednom potezu igre, neki igrač pokušava hvataljkom da prihvati lopticu iz tuđe kutije, i ukoliko uspe da uhvati lopticu, prebacuje lopticu u svoju kutiju. Hvataljka je nezgodna, i verovatnoća da će njome uspeti da uhvati lopticu u jednom potezu igre je samo 0.6. Ukoliko igrač u tom potezu ne uspe da uhvati lopticu, ta loptica ostaje i dalje u toj kutiji, a hvataljku predaje drugom igraču. Sada je drugi igrač na potezu, koji pokušava isto - da hvataljkom uhvati lopticu iz tuđe kutije i prebaci je u svoju. Ne znamo na koji način su loptice rasporedjene u Petrovoj i Marijinoj kutiji na samom početku igre. Neka svakom stanju odgovara BROJ loptica koje se nalaze u kutiji u kojoj je hvataljka TRENUTNO.
 - $\boxed{3}$ Navesti u koja stanja se može preći iz stanja "1" i sa kojim verovatnoćama?
 - $\boxed{6}$ Opisati Markovljevim procesom ovu igru.
 - $\boxed{5}$ Odrediti verovatnoće prelazaka kroz stanja u Markovljevom procesu opisanom gore.
 - $\boxed{3}$ Dobili smo informaciju o početnom stanju: hvataljka se nalazi u kutiji gde je samo jedna loptica. Koja je verovatnoća da se igra završi u najviše pet poteza?

Rešenja na TMF-u u Beogradu septembar 2020.

A grupa

- $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.
 $Y : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.
 - | Y/X | 0 | 1 |
|-----|----------------|----------------|
| 0 | $\frac{6}{15}$ | $\frac{4}{15}$ |
| 1 | $\frac{4}{15}$ | $\frac{1}{15}$ |
 - $XY : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{14}{15} & \frac{1}{15} \end{pmatrix}$.
 $X + Y : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{6}{15} & \frac{8}{15} & \frac{1}{15} \end{pmatrix}$.
 - $\sigma_x = \sigma_y = \sqrt{2/3}$
 - $\rho = -\frac{1}{5}$
- $X \sim N(31.75, 0.04)$
 $p(31.55 < X < 31.95) = p(-1 < X^* < 1) = 0.6826$
 odbačenih je 3174 artikala
- Može se preći u stanje "3" sa verovatnoćom 0.4, i u stanje "4" sa verovatnoćom 0.6
 - , c) d) $p = 0.6 + 0,4 \cdot 0.4 \cdot 0.6 + 0,4 \cdot 0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.6 + 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0.6 = 0.7459$

