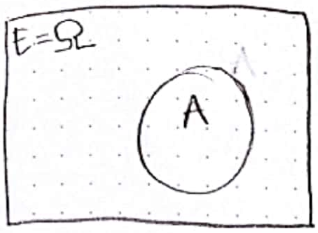
ВЕРОВАТНОЋА



ДЕФ: Нека је дат скуп E. Ф-ја P дефинисана на подскуповима скупа E назива се ВЕРОВАТНОЋА ако има особине

АКСИОМЕ ТЕОРИЈЕ ВЕРОВАТНОЋЕ

a1) НЕНЕГАТИВНОСТ: $P(A) \geq 0, \ \forall A \subset E$

a2) НОРМИРАНОСТ: $P(E) = 1 \quad (P(A) \leq 1)$

a3) АДИТИВНОСТ: $A_1, A_2 \subset E, \ A_1A_2 = \emptyset$

$\Rightarrow P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

Уопштење: вероватноћа збира, ако важи $A_iA_j = \emptyset$, за $\forall i,j$

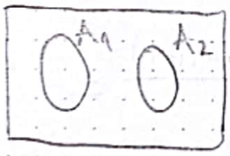
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n)$$

$$= P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) \quad \leftarrow \text{коначна адитивност}$$

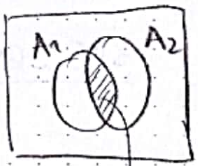
$$P(\Sigma A_i) = \Sigma P(A_i), \quad A_iA_j = \emptyset$$

$A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

па одатле $0 \leq P(A) \leq 1$, за $\forall A \subset E$



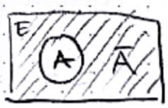
$A_1 \cap A_2 = \emptyset$



$A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$

- Венови дијаграми

последица: $A \cup \bar{A} = E$



$P(A \cup \bar{A}) = 1$

$A \cap \bar{A} = \emptyset \underset{(a3)}{\Rightarrow} P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

КЛАСИЧНА ДЕФИНИЦИЈА ВЕРОВАТНОЋЕ

Нека је $E = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ коначан скуп од n исхода, а случајан догађај A се састоји од k исхода који се реализују са подједнаким шансама. Тада број $P(A)$ зовемо вероватноћом догађаја A и дефинишемо:

$$P(A) = \frac{\text{број повољних исхода}}{\text{број укупних исхода}} = \frac{k}{n}$$

РЕЛАТИВНА ФРЕКВЕНЦИЈА догађаја A: $P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{k}{n}$

$\frac{d_n}{n}$

Пример 1. Која је вероватноћа догађаја да ће при бацању коцкице пасти паран број?

$A =$ "пао је паран број" $= \{2,4,6\}$

$E = \{1,2,3,4,5,6\}$

$$p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Пример 2. Опклада: да ли међу нама постоји двоје људи који имају рођендан истог дана?

p_n – вероватноћа да у групи од n људи неке 2 особе имају рођендан истог дана

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = \frac{365}{365 \cdot 365} = \frac{1}{365}$$

$$p_{366} = 1$$

$$0 = p_1 < p_2 < p_3 < \dots < p_{365} < p_{366} = 1$$

За које n је $p_n > \frac{1}{2}$?

$$p_n = \frac{365^n - 365 \cdot 364 \cdots (365-n+1)}{365^n} = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdots (365-n+1)}{365^n} =$$

$\vdots$

$$p_{22} < \frac{1}{2} < p_{23}$$

– Урадити домаћи!

Scanned with CamScanner