

- Verovatnoća kvara svakog motora aviona jednaka je p . Motori se kvare nezavisno jedan od drugog. Avion može da leti ako radi više od polovine postojećih motora.
 - $\boxed{3}$ Odrediti verovatnoću da tromotorni avion može da leti, ako je $p = 0.15$.
 - $\boxed{4}$ Odrediti verovatnoću da petomotorni avion može da leti, ako je $p = 0.15$.
 - $\boxed{1}$ Koji avion je sigurniji, ako je $p = 0.15$?
 - $\boxed{6}$ Za koje vrednosti p je petomotorni avion sigurniji od tromotornog?
- Eksperiment se sastoji u bacanju dva novčića. Neka su događaji: A="pojava grba na prvom novčiću", B="pojava makar jednog grba", C="pojava makar jednog pisma" i D="pojava grba na drugom novčiću".
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji A i B? Odrediti $P(A|B)$ i $P(B|A)$.
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji A i D? Odrediti $P(A|D)$ i $P(D|A)$.
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji B i C? Odrediti $P(B|C)$ i $P(C|B)$.
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji B i D? Odrediti $P(B|D)$ i $P(D|B)$.
- Pretpostavimo da mašina A proizvodi dva puta više artikala od mašine B. Mašina A proizvodi 60 procenata artikala prve vrste, dok mašina B proizvodi 90 procenata. Dnevna proizvodnja obe mašine stavlja se na jedno skladište. Neka slučajna promenljiva X predstavlja broj artikala prve vrste među 4 slučajno izabrana artikla sa skladišta. Odrediti:
 - $\boxed{2}$ verovatnoću da je slučajno odabran artikl prve vrste.
 - $\boxed{4}$ raspodelu slučajne promenljive X , njeno matematičko očekivanje i disperziju
 - $\boxed{3}$ funkciju raspodele verovatnoća $F_X(x) = P(X \leq x)$ i skicirati njen grafik.
 - $\boxed{5}$ $P(X > 0)$, $P(3 \leq X \leq 4)$, $P(X > 2|1 \leq X \leq 3)$.
- $\boxed{10}$ Prvi igrač baca 2 kockice, a drugi igrač mu plaća onoliko dinara koliko iznosi zbir dobijenih brojeva bačenih kocki. Koliko je matematičko očekivanje zarade prvog igrača, a kolika joj je standardna devijacija?

Rešenja na TMF-u u Beogradu septembar 2022.

A grupa

- T="tromotorni avion leti"
P="petomotorni avion leti"
 - $p(T) = \binom{3}{2}p(1-p)^2 + (1-p)^3 = (1-p)^2(2p+1) = 0.939$, za $p = 0.15$
 - $p(P) = \binom{5}{3}p^2(1-p)^3 + \binom{5}{4}p(1-p)^4 + (1-p)^5 = (1-p)^3(6p^2+3p+1) = 0.973$, za $p = 0.15$
 - Petomotorni je sigurniji od tromotornog jer, je $p(P) > p(T)$.
 - $p(T) > p(P) \Leftrightarrow$
 $(1-p)^2(2p+1) > (1-p)^3(6p^2+3p+1) \Leftrightarrow$
 $2p+1 > (1-p)(6p^2+3p+1) \Leftrightarrow$
 $2p+1 > 6p^2+3p+1-6p^3-3p^2-p \Leftrightarrow$
 $0 > p^2(3-6p) \Leftrightarrow$
 $0 > 3-6p \Leftrightarrow$
 $p > 1/2 \Leftrightarrow$
 Za $p > 1/2$ tromotorni avion će biti sigurniji od petomotornog.
- $E = \{PP, PG, GP, GG\}$
 $A = \{GP, GG\}, p(A) = 1/2$
 $B = \{PG, GP, GG\}, p(B) = 3/4$
 $C = \{PP, PG, GP\}, p(C) = 3/4$
 $D = \{PG, GG\}, p(D) = 1/2$
 - $p(AB) = p(\{GP, GG\}) = 1/2 \neq p(A)p(B) \Rightarrow$ zavisni su.
 $P(A|B) = \frac{p(AB)}{p(B)} = 2/3$ i $P(B|A) = 1$.
 - $p(AD) = p(\{GG\}) = 1/4 = p(A)p(D) \Rightarrow$ nezavisni su.
 $P(A|D) = p(A) = 1/2$ i $P(D|A) = p(D) = 1/2$.
 - $p(BC) = p(\{PG, GP\}) = 1/2 \neq p(B)p(C) \Rightarrow$ zavisni su.
 $P(B|C) = 2/3$ i $P(C|B) = 2/3$.
 - $p(BD) = p(\{PG, GG\}) = 1/2 \neq p(B)p(D) \Rightarrow$ zavisni su.
 $P(B|D) = 1$ i $P(D|B) = 2/3$.
- $p = \frac{2}{3}0.6 + \frac{1}{3}0.9 = 0.7$
 - $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.0081 & 0.0756 & 0.2646 & 0.4116 & 0.2401 \end{pmatrix}$
 $E(X) = 2.8, D(X) = 0.84$
 - $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.0081, & 0 \leq x < 1 \\ 0.0837, & 1 \leq x < 2 \\ 0.3483, & 2 \leq x < 3 \\ 0.7599, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$

$$\text{d) } P(X > 0) = 1 - 0.0081 = 0.9919, P(3 \leq X \leq 4) = 0.6517, \\ P(X > 2 | 1 \leq X \leq 3) = \frac{p(X > 2 \cap 1 \leq X \leq 3)}{p(1 \leq X \leq 3)} = \frac{p(X=3)}{p(X=1) + p(X=2) + p(X=3)} = 0.5474.$$

$$4. \quad X : \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & \dots & 10 & 11 & 12 \\ \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \dots & \frac{3}{36} & \frac{2}{36} & \frac{1}{36} \end{pmatrix}.$$

$$E(X) = 7, \sigma = \sqrt{5.83}$$