

- U kutiji se nalaze 3 bele i 4 crne kuglice. Na slučajan način, bez vraćanja biramo jednu za drugom dve kuglice. Neka je slučajna promenljiva  $X$  jednaka broju belih kuglica u prvom izvlačenju, a slučajna veličina  $Y$  jednaka (ukupnom) broju belih kuglica u oba izvlačenja.
  - $\boxed{3}$  Odrediti raspodele verovatnoća slučajnih promenljivih  $X$  i  $Y$ .
  - $\boxed{5}$  Odrediti dvodimenzionu raspodelu slučajne promenljive  $(X, Y)$  i upisati u tabelu sve  $p_{(X,Y)}(x, y)$
  - $\boxed{4}$  Odrediti raspodelu slučajnih veličina  $XY$  i  $X + Y$
  - $\boxed{3}$  Izračunati standardne devijacije  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$
  - $\boxed{3}$  Izračunati vrednost  $\frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sigma_x \sigma_y}$  (koeficijent korelacije)
- Ako slučajna promenljiva  $X$  ima normalnu raspodelu  $X \sim N(-2, 16)$ , odrediti:
  - $\boxed{3}$   $P(X \geq 2)$ ?
  - $\boxed{3}$   $P(|X| \geq 3)$ ?
  - $\boxed{3}$   $P(X^2 - X \leq 6)$ ?
  - $\boxed{3}$  Odrediti  $x$  takvo da je  $P(X \leq x) = 0.9927$ .
  - $\boxed{3}$  Odrediti  $x$  takvo da je  $P(X \leq x) = 0.2776$ .
- Milan ide na trčanje svakog jutra. Kada ujutru kreće od kuće, sa jednakom verovatnoćom izlazi na trčanje na prednja ili zadnja vrata svoje kuće. Takodje, i kada se vraća sa trčanja, sa istom verovatnoćom ulazi u kuću na prednji ili zadnji ulaz. Milan ima 5 pari patika za trčanje. Patike mu stoje ispred vrata, oblači ih kada krene na trčanje, a svlači ih čim se vrati, i ostavlja ispred onih vrata na kojima se zatekao. Ako krene na trčanje, a ne zatekne patike na vratima kojima izlazi iz kuće, tada on trči bosonog. Ako svakom stanju odgovara BROJ patika koji se nalazi ujutru na PREDNjim vratima, tada:
  - $\boxed{8}$  Modelovati Markovljevim lancem ovaj proces, odrediti moguća stanja, prelaskе kroz njih i verovatnoće prelazaka.
  - $\boxed{4}$  Ako na prednjim vratima nema patika, koja je verovatnoća da će to jutro Milan trčati bosonog?
  - $\boxed{5}$  Dobili smo informaciju o početnom stanju igre, na prednjim vratima je jedan par patika. Koja je verovatnoća da će u naredna tri dana Milan trčati bosonog tačno jednom?

Rešenja na TMF-u u Beogradu, Oktobar 2022

A grupa

- $$X : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{4}{7} & \frac{3}{7} \end{pmatrix}.$$

$$Y : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{2}{7} & \frac{4}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}.$$

$Y/X$	$0$	$1$
$0$	$\frac{2}{7}$	$0$
$1$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$
$2$	$0$	$\frac{1}{7}$
  - $$XY : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}.$$

$$X + Y : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{2}{7} & \frac{2}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}.$$
  - $$\sigma_x = \frac{2\sqrt{3}}{7}, \sigma_y = \frac{2\sqrt{5}}{7}$$
  - $$\rho = \frac{10}{4\sqrt{15}}$$
- $P(X \geq 2) = 0.1587$
  - $P(|X| \geq 3) = 0.5069$
  - $P(X^2 - X \leq 6) = 0.3944$
  - $x = 7.76$ .
  - $x = -4.36$ .
- Videti sliku.
  - $p = 1/2$
  - Videti sliku. Marko trči bos samo u prelazima označenim sa "PP" (izašao na Prednja vrata, i vratio se na Prednja vrata) ili "PZ" (izašao na Prednja vrata, vratio se na Zadnja vrata).  $p = \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{2} = \frac{5}{32}$

