

- Četvorostrana pravilna "kocka" sa oznakama 1, 2, 3 i 4 se baca jedanput. Rezultat koji se dobije određuje koliko ćemo puta bacati novčić. Neka je X slučajna veličina koja označava ishod bacanja kockice, a Y slučajna veličina koja označava koliko puta je dobijena glava prilikom bacanja novčića. Odrediti:
 - $\frac{5}{8}$ dvodimenzionu raspodelu slučajne promenljive (X, Y) i upisati u tabelu sve $p_{X,Y}(x, y)$.
 - $\frac{2}{3}$ $P(X > 2)$ i $P(Y = 1)$
 - $\frac{2}{3}$ $E(Y)$.
 - $\frac{3}{13}$ $P(X = 2|Y = 1)$ i $P(X \geq 2|Y \geq 2)$
 - $\frac{3}{8}$ $E(X|Y = 2)$.
 - $\frac{3}{8}$ $E(Y|X = 2)$.
- Slučajna promenljiva Y ima normalnu raspodelu $N(7, 9)$.
 - $\frac{4}{10}$ Skicirati grafik funkcije gustine ove promenljive.
 - $\frac{10}{10}$ Odrediti interval I simetričan u odnosu na tačku $y = 7$ tako da važi $p(Y \in I) = 0.2586$.
- Petar i Džordž igraju karte i pritom ulažu novac pri svakoj partiji. Petar je iskusan igrač i pobeđuje Džordža svaku partiju sa verovatnoćom 0.8, prekida igru ako izgubi sav novac, a takodje završava kartanje ako zaradi 2000 dinara (ne računajući novac koji je poneo sa sobom!). Petar u svakoj partiji ulaže sav novac koji ima sa sobom (ili onoliko koliko mu treba da dostigne svoju granicu od zaradjenih 2000 din), i na kraju partije može ili da izgubi sav novac koji je uložio u toj partiji, ili da zaradi koliko je uložio. Neka svakom stanju odgovara KOLIČINA novca koju poseduje Petar.
 - $\frac{5}{6}$ Opisati Markovljevim procesom ovu igru ako znamo da je Petar na početku igre imao 500 dinara kod sebe. Odrediti moguće prelaskes kroz stanja i verovatnoće prelazaka.
 - $\frac{7}{6}$ Opisati Markovljevim procesom ovu igru ako znamo da je Petar na početku igre imao 200 dinara kod sebe. Odrediti moguće prelaskes kroz stanja i verovatnoće prelazaka.
 - $\frac{6}{6}$ Ako znamo da Petar trenutno ima 1600 dinara kod sebe, a da je igru započeo sa 200 dinara, koja je verovatnoća da će izgubiti sav novac za najviše 9 partija ?

Rešenja na TMF-u u Beogradu Januar 2022

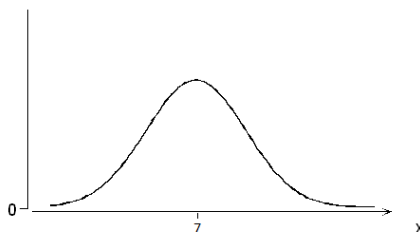
A grupa

1. a)

Y/X	1	2	3	4
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
2	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
3	0	0	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
4	0	0	0	$\frac{1}{64}$

- $P(X > 2) = 1/2$ i $P(Y = 1) = 13/32$
- $E(Y) = 5/4$
- $P(X = 2|Y = 1) = 4/13$ i $P(X \geq 2|Y \geq 2) = 1$
- $E(X|Y = 2) = 25/8$
- $E(Y|X = 2) = 1$.

- a) b) Interval I koji je simetričan oko broja 7 je oblika $I = (7 - a, 7 + a)$, za neko a koje je potrebno odrediti.



$$P(7 - a \leq Y \leq 7 + a) = 0.2586..$$

$$a = 0.99$$

$$I = (6.01, 7.99)$$

- c) $p = 0.2 \cdot 0.2 +$
 $0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 +$
 $0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 +$
 $0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.2$
 $= 0.0403$

