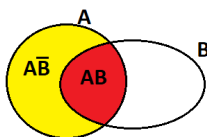


- U prodavnici se nalaze sijalice iz dve fabrike. Dogadjaj da je slučajno izabrana sijalica iz prve fabrike obeležimo sa A , a da je dobrog kvaliteta sa B . Šta znače sledeći dogadjaji:
 - $\bar{A}$
 - $A \cup \bar{A}$
 - $A\bar{A}$
 - AB
 - $A \cup B$
 - $A\bar{B}$
 - $\bar{A}B$
- Dati dogadjaj $C = A \cup B$ predstaviti kao uniju disjunktih dogadjaja, a zatim ispisati jednakost koja važi za te disjunktne dogadjaje na osnovu treće aksiome teorije verovatnoće (aksiome o aditivnosti)
 - Ako su poznati dogadjaji A i B , za koji dogadjaj D važi jednakost $p(A) = p(AB) + p(D)$?
 - Ako su dogadjaji A i B nezavisni, dokazati da su međusobno nezavisni i dogadjaji A i $\bar{B}$.
- Pretpostavimo da mašina A proizvodi dva puta više artikala od mašine B . Mašina A proizvodi 60 procenata artikala prve vrste, dok mašina B proizvodi 90 procenata. Dnevna proizvodnja obe mašine stavlja se na jedno skladište. Neka slučajna promenljiva X predstavlja broj artikala prve vrste među 4 slučajno izabrana artikla sa skladišta. Odrediti:
 - verovatnoću da je slučajno odabran artikl prve vrste.
 - raspodelu slučajne promenljive X , njeno matematičko očekivanje i disperziju
 - funkciju raspodele verovatnoća $F_X(x) = P(X \leq x)$ i skicirati njen grafik.
 - $P(X > 0)$, $P(3 \leq X \leq 4)$, $P(X > 2 | 1 \leq X \leq 3)$.
- $\left[10\right]$ Neka su X_i , $1 \leq i \leq 4$ nezavisne Bernulijeve slučajne veličine sa raspodelom $X_i : \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$. Ako je $X = \sum_{i=1}^4 X_i$, odrediti $P(X_1 = 1 | X = 2)$

Rešenja

- Isključiva (ekskluzivna) disjunkcija ("ili ili") nije isto što i (obična) disjunkcija ("ili"). Prva označava da se dogodio ILI jedan ILI drugi dogadjaj isključivo, pa ne postoji opcija da su se dogodila oba dogadjaja istovremeno. Druga disjunkcija označava da se dogodio barem jedan od ta dva dogadjaja. Zbog toga, treba praviti razliku između sledeća dva dogadjaja "ili je izvučena sijalica iz prve fabrike ili je je izvučena dobra sijalica" i "izvučena je sijalica iz prve fabrike ili je izvučena dobra sijalica"
 - "izvučena je sijalica iz druge fabrike"
 - "izvučena je sijalica iz prve ili druge fabrike"
 - dogadjaj je nemoguć
 - "izvučena je dobra sijalica iz prve fabrike"
 - "izvučena je sijalica iz prve fabrike ili je izvučena dobra sijalica"
 - "izvučena je loša sijalica iz prve fabrike"
 - "izvučena je dobra sijalica iz druge fabrike"
- Postoji više načina da se razloži na uniju disjunktih dogadjaja, na primer: $C = A\bar{B} \cup B$, $p(C) = p(A\bar{B}) + p(B)$
 - Za $D = A\bar{B}$ (vidi sliku)
 - Pošto su dogadjaji A i B nezavisni, onda važi $p(AB) = p(A)p(B)$.
 Iz dela zadatka pod b) imamo da važi $p(A\bar{B}) = p(A) - p(AB)$
 $= p(A) - p(A)p(B)$
 $= p(A)(1 - p(B))$
 $= p(A)p(\bar{B})$.
 Dokazali smo da važi $p(A\bar{B}) = p(A)p(\bar{B})$, pa su zbog toga A i $\bar{B}$ nezavisni.



- $p = \frac{2}{3}0.6 + \frac{1}{3}0.9 = 0.7$
 - $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.0081 & 0.0756 & 0.2646 & 0.4116 & 0.2401 \end{pmatrix}$.
 $E(X) = 2.8$, $D(X) = 0.84$

$$\text{c) } F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.0081, & 0 \leq x < 1 \\ 0.0837, & 1 \leq x < 2 \\ 0.3483, & 2 \leq x < 3 \\ 0.7599, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } P(X > 0) = 1 - 0.0081 = 0.9919, P(3 \leq X \leq 4) = 0.6517,$$

$$P(X > 2 | 1 \leq X \leq 3) = \frac{p(X > 2 \cap 1 \leq X \leq 3)}{p(1 \leq X \leq 3)} = \frac{p(X=3)}{p(X=1) + p(X=2) + p(X=3)} = 0.5474.$$

$$4. P(X_1 = 1 | X = 2) = 1/2$$