

- Trostrana pravilna "kocka" sa oznakama 1, 2 i 3 se baca jedanput. Rezultat koji se dobije određuje koliko ćemo puta bacati novčić. Neka je X slučajna veličina koja označava ishod bacanja kockice, a Y slučajna veličina koja označava koliko puta je dobijeno pismo prilikom bacanja novčića. Odrediti:
 - 4 dvodimenzionu raspodelu slučajne promenljive (X, Y) i upisati u tabelu sve $p_{X,Y}(x, y)$.
 - 2 $P(X > 1)$ i $P(Y = 1)$
 - 2 $E(Y)$.
 - 3 $P(X = 2|Y = 1)$, $P(X \geq 2|Y = 1)$ i $P(X \geq 2|Y \geq 1)$
 - 3 $E(X|Y = 1)$.
 - 3 $E(Y|X = 3)$.
- Slučajna promenljiva Y ima normalnu raspodelu $N(7, 9)$.
 - 4 Skicirati grafik funkcije gustine ove promenljive.
 - 11 Odrediti interval I simetričan u odnosu na tačku $y = 7$ tako da važi $p(Y \in I) = 0.2586$.
- Petoro dece igra igru osvajanja peščanika. Postoje dva peščanika u parkiću (beli i sivi), a na samom početku igre petoro dece je nasumično rasporedjeno u ta dva peščanika. Ne postoji ograničenje koliko dece može boraviti u jednom peščaniku. U svakom koraku njihove igre, samo jedno dete istrčava iz svog peščanika i prelazi u drugi. Svako dete ima podjednaku šansu da istrči i predje u drugi peščanik.
 - 5 Opisati Markovljevom procesom ovu igru. Neka svakom stanju odgovara BROJ dece koja se nalaze u belom peščaniku. Odrediti moguće prelaskе kroz stanja. U ovom delu zadatka nije potrebno utvrditi verovatnoće prelazaka.
 - 5 Odrediti verovatnoće prelazaka kroz stanja u Markovljevom procesu opisanom gore.
 - 5 Uvedeno je novo pravilo igre: igra se završava ako u nekom peščaniku ostane samo jedno dete. Tada se to dete smatra pobednikom, i osvojilo je peščanik u kome se nalazi. Opisati Markovljevom procesom ovakvu igru.
 - 3 Dobili smo informaciju o početnom stanju igre: u belom peščaniku se nalazi dvoje dece. Koja je verovatnoća da je igra završena nakon najviše 3 koraka?

Rešenja na TMF-u u Beogradu jul 2020.

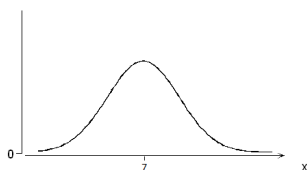
A grupa

1. a)

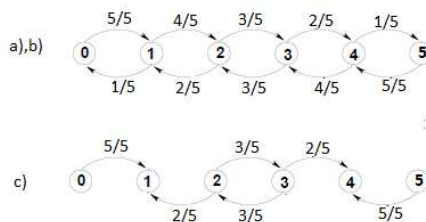
Y/X	1	2	3
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{24}$
2	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{24}$
3	0	0	$\frac{1}{24}$

- $P(X > 1) = 2/3$ i $P(Y = 1) = 11/24$
- $E(Y) = 1$
- $P(X = 2|Y = 1) = 4/11$, $P(X \geq 2|Y = 1) = 7/11$ i $P(X \geq 2|Y \geq 1) = 13/17$
- $E(X|Y = 1) = 21/11$.
- $E(Y|X = 3) = 3/2$.

2. a) b) Interval I koji je simetričan oko broja 7 je oblika $I = (7 - a, 7 + a)$, za neko a koje je potrebno odrediti.



$P(7 - a \leq Y \leq 7 + a) = 0.2586..$
 $a = 0.99$
 $I = (6.01, 7.99)$



3. d) $p = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \frac{3}{5} \frac{2}{5} = 0.784$