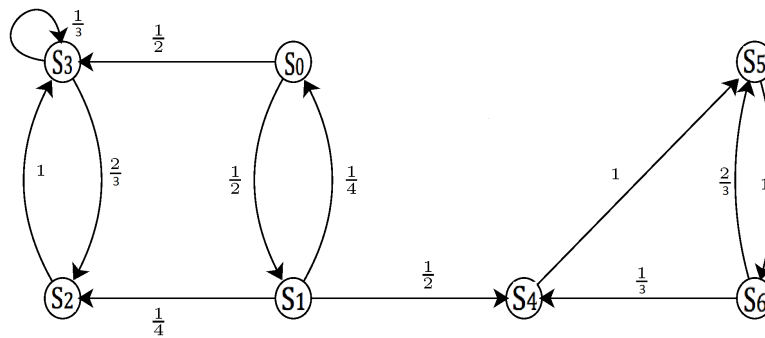


- Ako slučajna promenljiva  $X$  ima normalnu raspodelu  $X \sim N(-2, 16)$ , odrediti:
  - $P(X \geq 2)$ ?
  - $P(|X| \geq 3)$ ?
  - $P(X^2 - X \leq 6)$ ?
  - Odrediti  $x$  takvo da je  $P(X \leq x) = 0.9927$ .
  - Odrediti  $x$  takvo da je  $P(X \leq x) = 0.2776$ .
- U jednoj velikoj seriji artikala je 10% neispravnih artikala. Kontrolor uzima jedan po jedan artikal i proverava kvalitet. Proveru obustavlja kada naidje na defektan artikal, ili kada ispita ukupno 4 artikla. Neka slučajna promenljiva  $X$  predstavlja broj proveravanih artikala, a  $Y$  broj defektnih artikala medju proveravanim artiklima.
  - Odrediti raspodelu slučajne promenljive  $X$
  - Odrediti raspodelu slučajne promenljive  $Y$
  - Odrediti raspodelu dvodimenzione slučajne promenljive  $(X, Y)$
  - Izračunati  $P(X = Y)$  i  $P(X > Y)$ .
  - Ako je konstatovano da je kontrolor uzeo bar jedan ispravan artikal, odrediti uslovnu raspodelu verovatnoća za  $Y$ .
  - Ako slučajna veličina  $Z$  predstavlja broj ispravnih artikala medju proveravanim, odrediti raspodelu za  $(Z, X)$
  - Izračunati  $P(|X - Z| \leq 1)$



- Markovljev proces je opisan narednom slikom. Početno stanje je  $S_0$ .
  - Odrediti rekurentna stanja.
  - Odrediti verovatnoću da se proces nalazi u stanju  $S_2$  prvi put nakon 4 koraka.
  - Odrediti  $p_{05}(7)$ .
  - Koja je verovatnoća da proces nikada ne udje u stanje  $S_1$  ?
  - Izračunati  $p_{03}(k)$  za svako  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Rešenja na TMF-u u Beogradu 21.01.2020.

A grupa

- $P(X \geq 2) = 0.1587$
  - $P(|X| \geq 3) = 0.5069$
  - $P(X^2 - X \leq 6) = 0.3944$
  - $x = 7.76$ .
  - $x = -4.36$ .
- $\Omega = \{N, IN, IIN, IIIN, IIIN\}$ 
  - $p(X = 1) = p(N) = 0.1,$   
 $p(X = 2) = p(IN) = 0.9 \cdot 0.1,$   
 $p(X = 3) = p(IIN) = 0.9^2 \cdot 0.1,$   
 $p(X = 4) = p(IIIN) + p(IIIN) = 0.9^3 \cdot 0.1 + 0.9^4$   
 $X : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.1 & 0.09 & 0.081 & 0.729 \end{pmatrix}$
  - $p(Y = 0) = p(IIIN) = 0.9^4 = 0.6561$   
 $p(Y = 1) = p(N) + p(IN) + p(IIN) + p(IIIN) = 0.3439$   
 $Y : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.6561 & 0.3439 \end{pmatrix}$
  - | Y/X | 1   | 2    | 3     | 4      |
|-----|-----|------|-------|--------|
| 0   | 0   | 0    | 0     | 0.6561 |
| 1   | 0.1 | 0.09 | 0.081 | 0.0729 |

d)  $P(X = Y) = 0.1$  i  $P(X > Y) = 0.9$ .

e)  $A =$  "bar jedan ispravan artikal"

$p(A) = p(IN) + p(IIN) + p(IIIN) + p(IIII) = 0.9$

$p(Y = 0|A) = \frac{p(Y=0 \cap A)}{p(A)} = \frac{p(IIII)}{0.9} = \frac{0.6561}{0.9} = 0.729$

$p(Y = 1|A) = \frac{p(Y=1 \cap A)}{p(A)} = \frac{p(IN)+p(IIN)+p(IIIN)}{0.9} = \frac{0.2439}{0.9} = 0.271$

Z/X	1	2	3	4
0	0.1	0	0	0
1	0	0.09	0	0
2	0	0	0.081	0
3	0	0	0	0.0729
4	0	0	0	0.6561

g)  $P(|X - Z| \leq 1) = 1$

3. a)  $S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$

b)  $p = \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{2}{3} = 0.0943$

c)  $p_{05}(7) = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} = 0.1358$

d)  $p = 1/2$

e)  $p_{03}(1) = 1/2$

$p_{03}(2) = 1/2 \cdot 1/3$

$p_{03}(3) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} 1 + \frac{1}{2} \frac{2}{3} 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} = 0.5764$

$p_{03}(4) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{2}{3} 1 \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} 1 \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{2}{3} 1 = 0.3032$

$p_{03}(5) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{2}{3} 1 \frac{1}{3} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{2}{3} 1 \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{2}{3} 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} 1 \frac{1}{3} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{2}{3} 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{4} 1 \frac{2}{3} 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{1}{4} 1 + \frac{1}{2} \frac{2}{3} 1 \frac{2}{3} 1 = 0.5058$