

- Meta se gadjja sa tri metka. Neka je A_i , za $i = 1, 2, 3$, događaj pogotka mete iz i -tog gadjanja. Pomoću ovih događaja i osnovnih skupovnih operacija, predstaviti sledeće događaje:
 - $\boxed{2}$ A - sva tri pogotka
 - $\boxed{2}$ B - sva tri promašaja
 - $\boxed{2}$ C - makar jedan pogodak
 - $\boxed{3}$ D - ne manje od dva pogotka
 - $\boxed{3}$ E - ne više od jednog pogotka
- Od 100 strelaca 20 gadja odlično, sa verovatnoćom pogotka 0.8, 50 gadja dobro ($p=0.6$), 16 su slabi strelci ($p=0.5$) i 15 su loši strelci ($p=0.4$). Na slučajnan način su izabrana dva strelca i oni gadjaju (nezavisno jedan od drugog) istu metu.
 - $\boxed{5}$ Odrediti verovatnoću da meta bude pogodjena bar jednom.
 - $\boxed{8}$ Ako je meta pogodjena bar jednom, koji je sastav izabраниh strelaca najverovatniji.
- Data je diskretna slučajna veličina X sa verovatnoćama $p_X(x) = \frac{|x^3|}{a}$, $x \in \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$.
 - $\boxed{3}$ Naći a .
 - $\boxed{4}$ Naći raspodelu slučajne veličine $Y = \begin{cases} X, & X \geq 0 \\ X + 4, & X < 0 \end{cases}$.
 - $\boxed{5}$ Naći matematičko očekivanje slučajne veličine Y .
- Pretpostavimo da mašina A proizvodi dva puta više artikala od mašine B. Mašina A proizvodi 65% artikala prve vrste, dok mašina B proizvodi 80%. Dnevna proizvodnja obe mašine stavlja se na jedno skladište.
 - $\boxed{3}$ Odrediti verovatnoću da nasumično odabran artikl pripada prvoj vrsti.
 - $\boxed{5}$ Neka slučajna promenljiva X predstavlja broj artikala prve vrste medju 4 slučajno izabrana artikla sa skladišta. Odrediti raspodelu verovatnoća za X .
 - $\boxed{5}$ Odrediti funkciju raspodele $F_X(x) = P(X \leq x)$ za diskretnu slučajnu promenljivu X definisanu pod b). Skicirati i grafik funkcije raspodele.

Rešenja na TMF-u u Beogradu 19.01.2020.

A grupa

- $A = A_1 A_2 A_3$
 - $B = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3$
 - $C = A_1 \cup A_2 \cup A_3$
 - $D = A_1 A_2 \bar{A}_3 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3 \cup \bar{A}_1 A_2 A_3 \cup A_1 A_2 A_3$
 - $E = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 \cup \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3$
- Ako posmatramo samo jedno gadjanje koje vrši proizvoljno odabrani strelac, i ako obeležimo događaj A ="meta je pogodjena", tada je

$$p(A) = \frac{20}{100} \cdot 0.8 + \frac{50}{100} \cdot 0.6 + \frac{16}{100} \cdot 0.5 + \frac{14}{100} \cdot 0.4 = 0.596.$$
 \bar{A} ="meta je promašena", tj. $p(\bar{A}) = 1 - 0.596 = 0.404$.
 U postavci zadatka je rečeno da se meta gadjja DVA puta. Označimo sa B ="meta je pogodjena barem jednom u dva gadjanja". Tada je \bar{B} ="meta je promašena u oba gadjanja".
 $\Rightarrow p(B) = 1 - p(\bar{B}) = 1 - p(\bar{A})p(\bar{A}) = 1 - 0.404 \cdot 0.404 = 0.837$.
 - Uvedimo oznake
 H_{OO} ="izabrana su dva odlična strelca"
 H_{OD} ="izabrani su odličan i dobar strelac"
 H_{OS} ="izabrana su odličan i slab strelac"

 H_{LL} ="izabrana su dva loša strelca".
 U zadatku treba izračunati sve verovatnoće $p(H_{OO}|B)$, $p(H_{OD}|B)$, $p(H_{OS}|B)$, $p(H_{OL}|B)$, $p(H_{DD}|B)$, $p(H_{DS}|B)$, $p(H_{DL}|B)$, $p(H_{SS}|B)$, $p(H_{SL}|B)$, $p(H_{LL}|B)$ i odrediti koja je najveća.

$$p(H_{OO}|B) = \frac{p(H_{OO} \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{20}{100} \cdot \frac{16}{100} \cdot (1 - 0.2 \cdot 0.2)}{0.837} = 0.0436$$
, itd..
 Na identičan način određujemo sve preostale verovatnoće i dobijamo da je najverovatniji događaj H_{DD} jer je naredna verovatnoća najveća u nizu: $p(H_{DD}|B) = \frac{p(H_{DD} \cap B)}{p(B)} = \frac{0.21}{0.837} = 0.246$. Dakle, najverovatnije je da su odabrana dva dobra strelca.

$$3. \text{ a) } X : \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{64}{a} & \frac{27}{a} & \frac{8}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{8}{a} & \frac{27}{a} & \frac{64}{a} \end{pmatrix}.$$

$$\frac{64 + 27 + 8 + 1 + 1 + 8 + 27 + 64}{a} = 1 \implies a = 200$$

$$\text{b) } Y : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{64}{200} & \frac{28}{200} & \frac{16}{200} & \frac{28}{200} & \frac{64}{200} \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } E(Y) = 2.$$

$$4. \text{ a) } p = \frac{2}{3} \cdot 0.65 + \frac{1}{3} \cdot 0.8 = 0.7$$

$$\text{b) } p(X = 0) = 0.3^4$$

$$p(X = 1) = \binom{4}{1} 0.3^3 \cdot 0.7$$

$$p(X = 2) = \binom{4}{2} 0.3^2 \cdot 0.7^2$$

$$p(X = 3) = \binom{4}{3} 0.3 \cdot 0.7^3$$

$$p(X = 4) = 0.7^4$$

$$X : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.0081 & 0.0756 & 0.2646 & 0.4116 & 0.2401 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 0.0081, & 0 < x < 1 \\ 0.0837, & 1 \leq x < 2 \\ 0.3483, & 2 \leq x < 3 \\ 0.7599, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & 4 \leq x \end{cases}$$

nacrtati i grafik..