

1. Slučajne veličine X i Y imaju sledeću raspodelu $p_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(x+y^2), & x \in \{1, 2, 3\}, y \in \{1, 2\} \\ 0, & \text{inace} \end{cases}$.
 - a) Odrediti vrednost parametra a .
 - b) Odrediti $P(Y < X)$.
 - c) Odrediti $P(Y > X)$.
 - d) Odrediti $P(X = Y)$.
 - e) Odrediti $P(Y = 2)$.
 - f) Odrediti marginalne raspodele $p_X(x)$ i $p_Y(y)$.
 - g) Odrediti $E(X)$ i $E(Y)$.
 - h) Odrediti standardnu devijaciju za Y .

2. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $N(6, 4)$.
 - a) Skicirati grafik funkcije gustine ove promenljive.
 - b) Odrediti interval I simetrican u odnosu na tačku $x = 6$ tako da važi $p(X \in I) = 0.9544$.

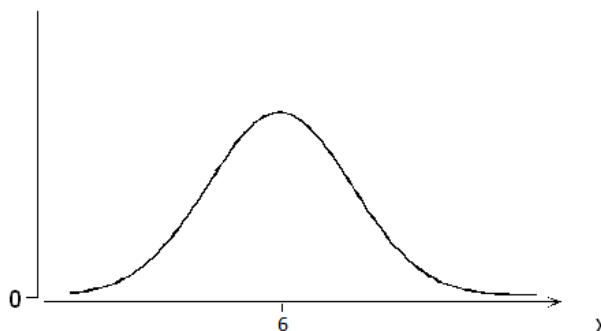
3. Marko ima 4 kišobrana. Neki su mu kod kuće, a neki u kancelariji. Pretpostavimo da se Marko kreće samo od kuće ka kancelariji, i iz kancelarije ka kući. Ponese kišobran sa sobom, samo ukoliko pada kiša. Ukoliko ne pada kiša, ne nosi kišobran sa sobom nazad, nego ga ostavlja (kod kuće ili u kancelariji). Može se dogoditi da su svi kišobrani na jednoj lokaciji, da je Marko na drugoj, i ukoliko počne da pada kiša, a Marko mora da krene, tada Marko pokisne. Pretpostavimo da je p verovatnoća da će padati kiša. Ako svakom stanju odgovara BROJ kišobrana koji se nalaze na lokaciji gde je Marko TRENUTNO (ili kuća ili kancelarija), tada:
 - a) Navesti u koje stanje se može preći iz stanja "0" i sa kojom verovatnoćom?
 - b) Opisati Markovljevim lancem predstavljene tranzicije: odrediti moguća stanja i prelaskе kroz njih. U ovom delu nije potrebno odrediti verovatnoće prelazaka.
 - c) Odrediti verovatnoće prelazaka kroz stanja u Markovljevom procesu opisanom gore.
 - d) Dobili smo informaciju o početnom stanju: Marko se nalazi na lokaciji gde je samo jedan kišobran. Koja je verovatnoća da će nakon 5 prelazaka, Marko pokisnuti samo jednom?

Rešenja na TMF-u u Beogradu 07.02.2020.

A grupa

1. a) $a = 1/27$
 b) $P(Y < X) = 14/27$.
 c) $P(Y > X) = 5/27$.
 d) $P(X = Y) = 8/27$.
 e) $P(Y = 2) = 18/27$.
 f) $X : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7/27 & 9/27 & 11/27 \end{pmatrix}$
 $Y : \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 9/27 & 18/27 \end{pmatrix}$
 g) $E(X) = 58/27$ i $E(Y) = 45/27$.
 h) $\sigma(Y) = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

2. a) b) Interval I koji je simetrican oko broja 6 je oblika $I = (6 - a, 6 + a)$, za neko a koje je potrebno odrediti.



$P(6 - a \leq X \leq 6 + a) = 0.9544..$

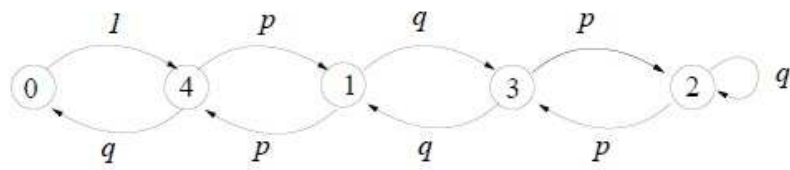
$$P(-\frac{a}{2} \leq X^* \leq \frac{a}{2}) = 0.9554$$

$$2 \cdot P(0 \leq X^* \leq \frac{a}{2}) = 0.9544$$

$$\Phi(\frac{a}{2}) = 0.9772 \Rightarrow a = 4$$

$$I = (2, 10)$$

3. a), b),c) Neka je $q = 1 - p$



d) $2p^3q + q^3p + p^2q^2$