

- Četiri studenta polažu ispit. Ako sa A_i označimo događaj da je i -ti student položio ispit, izraziti pomoću osnovnih skupovnih operacija sledeće događaje:
 - $\boxed{3}$ $N = \text{"Nijedan student nije položio"}$.
 - $\boxed{3}$ $P = \text{"Ispit je pao samo drugi student"}$.
 - $\boxed{3}$ $T = \text{"Položila su najviše tri studenta"}$.
 - $\boxed{3}$ $K = \text{"Položila su najmanje tri studenta"}$.
- Eksperiment se sastoji u bacanju dva novčića. Neka su događaji: $A = \text{"pojava grba na prvom novčiću"}$, $B = \text{"pojava makar jednog grba"}$, $C = \text{"pojava makar jednog pisma"}$ i $D = \text{"pojava grba na drugom novčiću"}$.
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji A i B ? Odrediti $P(A|B)$ i $P(B|A)$.
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji A i D ? Odrediti $P(A|D)$ i $P(D|A)$.
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji B i C ? Odrediti $P(B|C)$ i $P(C|B)$.
 - $\boxed{3}$ Da li su nezavisni događaji B i D ? Odrediti $P(B|D)$ i $P(D|B)$.
- Kontrolor ima na stolu 4 proizvoda čiji kvalitet treba da proveriti. Zna se da svaki proizvod može da bude neispravan sa verovatnoćom 0.1. Kontrolor vrši proveru sve dok ne otkrije dva neispravna proizvoda, a ako se to ne desi, on će proveravati sva 4 proizvoda.
 - $\boxed{7}$ Odrediti raspodelu za slučajnu promenljivu X koja predstavlja broj proveravanih proizvoda.
 - $\boxed{6}$ Odrediti matematičko očekivanje i disperziju za X .
- Neka je X neprekidna slučajna veličina sa funkcijom gustine: $f_X(x) = \begin{cases} \alpha(1+x^2), & -2 \leq x < 1 \\ 0, & x < -2 \wedge x \geq 1 \end{cases}$
 - $\boxed{5}$ Za koju vrednost α je ovo moguće?
 - $\boxed{4}$ Odrediti kumulativnu funkciju raspodele $F_X(x)$.
 - $\boxed{4}$ Odrediti $P(X \leq 0)$ i $P(-1 \leq X \leq 3)$.

Rešenja na TMF-u u Beogradu 30.11.2019.

A grupa

- $N = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4$.
 - $P = A_1 \bar{A}_2 A_3 A_4$.
 - $T = E \setminus A_1 A_2 A_3 A_4$
 - $K = \bar{A}_1 A_2 A_3 A_4 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3 A_4 \cup A_1 A_2 \bar{A}_3 A_4 \cup A_1 A_2 A_3 \bar{A}_4 \cup A_1 A_2 A_3 A_4$.
- $E = \{PP, PG, GP, GG\}$
 $A = \{GP, GG\}, p(A) = 1/2$
 $B = \{PG, GP, GG\}, p(B) = 3/4$
 $C = \{PP, PG, GP\}, p(C) = 3/4$
 $D = \{PG, GG\}, p(D) = 1/2$
 - $p(AB) = p(\{GP, GG\}) = 1/2 \neq p(A)p(B) \implies$ zavisni su.
 $P(A|B) = \frac{p(AB)}{p(B)} = 2/3$ i $P(B|A) = 1$.
 - $p(AD) = p(\{GG\}) = 1/4 = p(A)p(D) \implies$ nezavisni su.
 $P(A|D) = p(A) = 1/2$ i $P(D|A) = p(D) = 1/2$.
 - $p(BC) = p(\{PG, GP\}) = 1/2 \neq p(B)p(C) \implies$ zavisni su.
 $P(B|C) = 2/3$ i $P(C|B) = 2/3$.
 - $p(BD) = p(\{PG, GG\}) = 1/2 \neq p(B)p(D) \implies$ zavisni su.
 $P(B|D) = 1$ i $P(D|B) = 2/3$.
- Označimo sa 'N' pojavu neispravnog proizvoda, a sa 'I' ispravan proizvod.
 - $p(X=2) = p(NN) = 0.1 \cdot 0.1 = 0.01$
 $p(X=3) = p(INN) + p(NIN) = 0.9 \cdot 0.1 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot 0.9 \cdot 0.1 = 0.018$
 $p(X=4) = 1 - p(X=2) - p(X=3) = 0.972$
 $X : \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0.01 & 0.018 & 0.972 \end{pmatrix}$
 - $E(X) = 3.962, D(X) = 0.056$.

4. a) $\int_{-2}^1 \alpha(1+x^2)dx = 1 \implies \alpha = 1/6$

Dakle, $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(1+x^2), & -2 \leq x < 1 \\ 0, & x < -2 \wedge x \geq 1 \end{cases}$

b) Za $-2 \leq x < 1$ važi $F_X(x) = \int_{-2}^x \frac{1}{6}(1+t^2)dt = \frac{1}{6}(x + \frac{x^3}{3} + \frac{14}{3})$.

Dakle, $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ \frac{1}{6}(x + \frac{x^3}{3} + \frac{14}{3}), & -2 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$

c) $P(X \leq 0) = F_X(0) = \frac{1}{6} \cdot \frac{14}{3} = \frac{7}{9}$

$P(-1 \leq X \leq 3) = F_X(3) - F_X(-1) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$.