

Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду 11.06.2018. I група

1. [6] Одредити област дефинисаности функције  $f(x) = \frac{\arcsin(4^x-3)}{1-\sqrt{x^2-2x+2}} + \ln \frac{(1-2x)^2}{3x-1}$ .
2. [6] Наћи комплексан број  $z$  из услова  $|z+1| + z + i = 0$ , па израчунати  $\sqrt[3]{z}$ . Решења записати у алгебарском облику.
3. [6] Одредити остатак при дељењу са  $x-3$  полинома шестог степена са реалним коефицијентима чије су нуле  $i-1$  и  $i$ , а  $-2$  је двострука нула, ако се зна да при дељењу са  $x+1$  даје остатак 4.
4. [6] У зависности од реалног параметра  $a$  решити систем 
$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ ax+4y+z=5 \\ 6x+(a+2)y+2z=13 \end{cases}$$
.
5. а) [2] Формално решити матричну једначину по  $X$ :  $(B^{-1} - 2X^{-1})^{-1} = BX$ .  
 б) [2] У комплексној равни представити све бројеве  $z$  за које важи  $|\frac{z+3}{1-\bar{z}}| \geq 1$  и  $\frac{\pi}{3} \leq \arg z \leq \pi$ .  
 в) [2] Решити неједначину  $\log_3(1-x) < \log_{\frac{1}{3}}(x+2)$ .

Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду 11.06.2018. II група

1. [6] Одредити област дефинисаности функције  $f(x) = \frac{\arccos(3-4^{-x})}{\sqrt{x^2+2x+5}-2} - \ln \frac{4x+3}{(1+2x)^2}$ .
2. [6] Наћи комплексан број  $z$  из услова  $z-i + |z+1| = 0$ , па израчунати  $\sqrt[3]{z}$ . Решења записати у алгебарском облику.
3. [6] Одредити остатак при дељењу са  $x+3$  полинома шестог степена са реалним коефицијентима чије су нуле  $i+1$  и  $-i$ , а 2 је двострука нула, ако се зна да при дељењу са  $x-1$  даје остатак 6.
4. [6] У зависности од реалног параметра  $m$  решити систем 
$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 6x+(m+2)y+2z=13 \\ -mx-4y-z=-5 \end{cases}$$
.
5. а) [2] Решити неједначину  $\log_{\frac{1}{4}}(x+1) > \log_4(3-x)$ .  
 б) [2] Формално решити матричну једначину по  $X$ :  $(3X^{-1} - C^{-1})^{-1} = CX$ .  
 в) [2] У комплексној равни представити све бројеве  $z$  за које важи  $|\frac{\bar{z}-2}{3+z}| \geq 1$  и  $\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{2\pi}{3}$ .

Други колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду 11.06.2018. A група

1. [5] Одредити праву  $a$  која садржи тачку  $A(2, -3, 1)$  и сече праве  $p: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{3}$  и  $q: \frac{x-7}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-1}{1}$ . Да ли је она паралелна равни  $\gamma: 3x+4y+z=0$ ?
2. [5] Без примене извода наћи  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(3^{x+3}-8 \cdot 2^x)(x^3+x^2-5x+3)}{\ln(1+4 \sin(x+3))(\sqrt[4]{-14-5x-1})}$ .
3. [5] Наћи максималну запремину ваљка уписаног у лопту полупречника  $R$ .
4. [9] Испитати ток и нацртати график функције  $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$ .
5. а) [2] Израчунати површину  $\triangle ABC$  и угао код темена  $B$ , ако су  $A(-1, 3, 1)$ ,  $B(3, 4, -2)$  и  $C(5, 2, -1)$ .  
 б) [2] Кроз тачку  $B(1,2,3)$  поставити праву која је паралелна са правом 
$$\begin{cases} y-3z+1=0 \\ x-3z=0 \end{cases}$$
.  
 в) [2] Израчунати  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x$ .