

- Neka su A , B i C događaji iz istog prostora ishoda. Pomoću operacija: komplement, unija i presek
 - 1 opisati događaj $A_1 = \{\text{ostvari se samo } A\}$
 - 1 opisati događaj $A_2 = \{\text{ostvare se i } A \text{ i } B\}$
 - 2 opisati događaj $A_3 = \{\text{ostvari se bar jedan od događaja } A, B, C\}$
 - 2 opisati događaj $A_4 = \{\text{ostvari se samo jedan od događaja } A, B, C\}$
 - 2 opisati događaj $A_5 = \{\text{ostvare se tačno dva događaja } A, B, C\}$
 - 2 opisati događaj $A_6 = \{\text{neće se ostvariti nijedan od događaja } A, B, C\}$
 - 2 opisati događaj $A_7 = \{\text{neće se ostvariti bar dva od događaja } A, B, C\}$
 Uprostiti formule koje sadrže kompoziciju operacije "komplement".
- Petar i Jovana kupuju trotinet. U radnji je dostupno pet plavih, četiri bela i dva crvena trotineta. Petar nasumično bira jedan trotinet i kupuje ga. Odmah nakon toga, Jovana radi to isto. Cena plavog trotineta je $30e$, belog $20e$, a crvenog je $15e$. Neka je A_1 događaj da je Petar kupio plavi, a A_2 događaj da je Jovana kupila plavi trotinet.
 - 3 Odrediti $P(A_1)$ i $P(A_1|A_2)$.
 - 3 Da li su A_1 i A_2 nezavisni događaji? Obrazložiti odgovor.
 - 6 Ako je Jovana kupila plavi trotinet, koliki je očekivani iznos koji je potrošio Petar?
 - 4 Koja je verovatnoća da je barem jedno od njih kupilo plavi trotinet?
- Iz jedne velike serije proizvoda, u kojoj je 10% neispravnih proizvoda, uzeto je njih 5 radi kontrole kvaliteta. Kontrolor proverava jedan po jedan proizvod, a kada nađje na dva neispravna proizvoda, on prekida dalju proveru.
 - 5 Odrediti raspodelu slučajne promenljive X koja predstavlja broj proveranih proizvoda.
 - 3 Naći raspodelu slučajne veličine $Y = \begin{cases} X, & X > 3 \\ X + 2, & X \leq 3 \end{cases}$.
 - 3 Odrediti matematičko očekivanje za promenljive X i Y .
 - 3 Odrediti disperziju za promenljive X i Y .
- 8 U kutiji se nalaze 4 bele i 3 crne kuglice. Kuglice se vade bez vraćanja do prvog pojavljivanja bele. Odrediti raspodelu verovatnoća slučajne promenljive X , koja predstavlja broj izvlačenja kuglica, a zatim nacrtati grafik funkcije $F_X(x) = P(X \leq x)$.

Rešenja na TMF-u u Beogradu 30.08.2019.

A grupa

- $A_1 = A\bar{B}\bar{C}$
 - $A_2 = ABC\bar{C} \cup ABC = AB$
 - $A_3 = A \cup B \cup C$
 - $A_4 = A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C$
 - $A_5 = \bar{A}BC \cup A\bar{B}C \cup ABC$
 - $A_6 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$
 - $A_7 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \cup A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C$
- $p(A_1) = \frac{5}{11}$
 $p(A_2) = p(A_1)p(A_2|A_1) + P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{5}{11}$
 $p(A_1|A_2) = \frac{p(A_1 \cap A_2)}{p(A_2)} = \frac{2}{5}$.
 - Pošto je $p(A_1) \neq p(A_1|A_2)$, događaji A_1 i A_2 nisu nezavisni.
 - $B_1: \{\text{Petar kupio plavi trotinet} \Leftrightarrow \text{Petar potrošio } 30e\}$
 $B_2: \{\text{Petar kupio beli trotinet} \Leftrightarrow \text{Petar potrošio } 20e\}$
 $B_3: \{\text{Petar kupio crveni trotinet} \Leftrightarrow \text{Petar potrošio } 15e\}$
 $p(B_1|A_2) = \frac{p(B_1 \cap A_2)}{p(A_2)} = \frac{\frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10}}{\frac{5}{11}} = \frac{2}{5}$
 $p(B_2|A_2) = \frac{p(B_2 \cap A_2)}{p(A_2)} = \frac{\frac{4}{11} \cdot \frac{5}{10}}{\frac{5}{11}} = \frac{2}{5}$
 $p(B_3|A_2) = \frac{p(B_3 \cap A_2)}{p(A_2)} = \frac{\frac{2}{11} \cdot \frac{5}{10}}{\frac{5}{11}} = \frac{1}{5}$

Ako je C slučajna veličina koja označava iznos koji je potrošio Petar, tada ona ima raspodelu $C : \begin{pmatrix} 30 & 20 & 15 \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$.

 $E(X) = 23e$
 - $N: \{\text{niko nije kupio plavi trotinet}\}$
 $p = 1 - p(N) = \frac{8}{11}$
- I=ispravan, N=neispravan
 Kontrolor može prekinuti proveru posle 2 proizvoda (NN), nakon 3 proizvoda (NIN, INN), nakon 4 (IINN, ININ, NIIN) i nakon provere 5 proizvoda (slučajevi IINN, IININ, INIIN, NIIIN, IIIIN, IINI, IINII, INIII, NIIII, IIIII).

a) Slučajna promenljiva X može uzimati samo vrednosti 2,3,4 ili 5 i to sa sledećim verovatnoćama:

$$X : \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0.1^2 & 2 \cdot 0.9 \cdot 0.1^2 & 3 \cdot 0.9^2 \cdot 0.1^2 & 4 \cdot 0.9^3 \cdot 0.1^2 + 5 \cdot 0.9^4 \cdot 0.1 + 0.9^5 \end{pmatrix}, \text{ tj. } X : \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0.01 & 0.018 & 0.0243 & 0.9477 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } Y : \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 0.0343 & 0.9657 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } E(X) = 4.9097, E(Y) = 4.9657$$

$$\text{d) } D(X) = 0.1782, D(Y) = 0.0331$$

$$4. X : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{20}{35} & \frac{10}{35} & \frac{4}{35} & \frac{1}{35} \end{pmatrix}$$

(nacrtati i grafik..)