**Prvi deo ispita iz Matematičke obrade eksperimentalnih podataka** na TMF-u u Beogradu 15.12.2018. **A grupa**

1. Odrediti suprotne dogadjaje dogadjajima:
   a) [2] A - pojava dva grba pri bacanju 2 novčića.
   b) [2] B - pojava bele kuglice prilikom izvlačenja jedne kuglice iz kutije u kojoj se nalaze 2 bele, 3 crne i 4 crvene kuglice.
   c) [2] C - tri pogotka u tri gadjanja.
   d) [2] D - makar jedan pogodak u pet gadjanja.
   e) [2] E - ne više od dva pogotka u pet gadjanja.
   a zatim:
   f) [2] odrediti $p(\overline{B})$
   g) [1] odrediti $\overline{D} \cap \overline{E}$

2. Na jednom uskom putu, u susret jedan drugom idu dva vozača. Ako su oba vozača trezna, verovatnoća da neće doći do sudara je 0.999, ako je jedan vozač pripit, verovatnoća je 0.7, a ako su oba vozača pripita, verovatnoća je 0.4. Poznato je da je svaki deseti vozač pripit. Ako sa $H_i$ označimo dogadjaj da je $i$ od ova dva vozača pripito, odrediti:
   a) [4] $p(H_0)$, $p(H_1)$ i $p(H_2)$.
   b) [5] verovatnoću da neće doći do sudara.
   c) [5] Ako su se ova dva vozača mimoišla bez sudara, koja je verovatnoća da su oboje trezni?

3. Neka su $X_i$, $1 \leq i \leq 3$ slučajne veličine sa raspodelom $X_i : \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$. Ako je $X = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$ odrediti:
   a) [4] $p(X = 4)$
   b) [5] $p(X_2 = 2|X = 4)$
   c) [6] $E(X_2|X = 4)$.

4. [8] Ako je data funkcija gustine verovatnoća neprekidne slučajne promenljive $f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$, odrediti funkciju raspodele $F_X(x)$ i izračunati $p(-\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{1}{4})$.

**Prvi deo ispita iz Matematičke obrade eksperimentalnih podataka** na TMF-u u Beogradu 15.12.2018. **B grupa**

1. Odrediti suprotne dogadjaje dogadjajima:
   a) [2] A - pojava plave kuglice prilikom izvlačenja jedne kuglice iz kutije u kojoj se nalaze 3 plave, 2 žute i 5 belih kuglica.
   b) [2] B - pojava dva pisma pri bacanju 2 novčića.
   c) [2] C - četiri pogotka u četiri gadjanja.
   d) [2] D - makar jedan pogodak u pet gadjanja.
   e) [2] E - ne više od tri pogotka u pet gadjanja.
   a zatim:
   f) [2] odrediti $p(\overline{B})$
   g) [1] odrediti $\overline{D} \cap \overline{E}$

2. Na jednom uskom putu, u susret jedan drugom idu dva vozača. Ako su oba vozača trezna, verovatnoća da neće doći do sudara je 0.989, ako je jedan vozač pripit, verovatnoća je 0.8, a ako su oba vozača pripita, verovatnoća je 0.3. Poznato je da je svaki deseti vozač pripit. Ako sa $A_i$ označimo dogadjaj da je $i$ od ova dva vozača pripito, odrediti:
   a) [4] $p(A_0)$, $p(A_1)$ i $p(A_2)$.
   b) [5] verovatnoću da neće doći do sudara.
   c) [5] Ako su se ova dva vozača mimoišla bez sudara, koja je verovatnoća da su oboje pripiti?

3. Neka su $Y_i$, $1 \leq i \leq 3$ slučajne veličine sa raspodelom $Y_i : \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$. Ako je $Y = Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_3$ odrediti:
   a) [4] $p(Y = 2)$
   b) [5] $p(Y_3 = 1|Y = 2)$
   c) [6] $E(Y_3|Y = 2)$.

4. [8] Bacamo novčić dva puta. Neka slučajna veličina $X$ predstavlja broj dobijenih pisama u ta dva bacanja. Odrediti raspodelu verovatnoća slučajne veličine $X$, a zatim nacrtati grafik funkcije $F_X(x) = P(X \leq x)$.

**Rešenja A grupa** na TMF-u u Beogradu 15.12.2018. **A grupa**

1. a) $\overline{A}$- pojava barem jednog pisma pri bacanju 2 novcica
   b) $\overline{B}$- pojava crne ili crvene kuglice prilikom izvlačenja jedne kuglice iz kutije u kojoj se nalaze 2 bele, 3 crne i 4 crvene kuglice.
   c) $\overline{C}$ - bar jedan promašaj u tri gadjanja.
   d) $\overline{D}$ - svi promašaji u pet gadjanja.
   e) $\overline{E}$ - makar 3 pogotka u pet gadjanja.
   f) $p(\overline{B}) = 7/9$
   g) $\overline{D} \cap \overline{E} = \emptyset$

2. Označimo dogadjaj sa "A - nije došlo do sudara". Tada, po uslovu zadatka, važi:
   $p(A|H_0) = 0.999$, $p(A|H_1) = 0.7$ i $p(A|H_2) = 0.4$.
   a) $p(H_0) = 0.9 \cdot 0.9 = 0.81$
   $p(H_1) = 0.9 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot 0.9 = 0.18$
   $p(H_2) = 0.1 \cdot 0.1 = 0.01$.
   b) $p(A) = p(H_0)p(A|H_0) + p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) = 0.94$
   c) $p(H_0|A) = \frac{p(A|H_0)p(H_0)}{p(A)} = \frac{0.999 \cdot 0.81}{0.94} = 0.86$

3. a) $p(X = 4) = p(122) + p(212) + p(221) = 3 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4 = 0.432$
   b) $p(X_2 = 2|X = 4) = \frac{2 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4}{3 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4} = 2/3$
   c) $X_{2|X=4} : \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$.
   $E(X_2 = 2|X = 4) = 5/3$

4. $F_X(x) = \int_0^x 2x dx = x^2$, za $0 \leq x < 1$. Zato:
   $$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$
   $p(-\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{1}{4}) = F_X(\frac{1}{4}) - F_X(-\frac{1}{4}) = \frac{1}{16} - 0 = \frac{1}{16}$.

**Rešenja** na TMF-u u Beogradu 15.12.2018. **B grupa**

1. a) $\overline{A}$- pojava žute ili bele kuglice prilikom izvlačenja jedne kuglice iz kutije u kojoj se nalaze 3 plave, 2 žute i 5 belih kuglica.
   b) $\overline{B}$ - pojava bar jednog grba pri bacanju 2 novčića.
   c) $\overline{C}$ - bar jedan promašaj u četiri gadjanja.
   d) $\overline{D}$ - svi promašaji u pet gadjanja.
   e) $\overline{E}$ - barem 4 pogotka u pet gadjanja.
   f) $p(\overline{B}) = 3/4$
   g) $\overline{D} \cap \overline{E} = \emptyset$

2. Označimo dogadjaj sa "A - nije došlo do sudara". Tada, po uslovu zadatka, važi:
   $p(A|A_0) = 0.989$, $p(A|A_1) = 0.8$ i $p(A|A_2) = 0.3$.
   a) $p(A_0) = 0.9 \cdot 0.9 = 0.81$
   $p(A_1) = 0.9 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot 0.9 = 0.18$
   $p(A_2) = 0.1 \cdot 0.1 = 0.01$.
   b) $p(A) = p(A_0)p(A|A_0) + p(A_1)p(A|A_1) + p(A_2)p(A|A_2) = 0.948$
   c) $p(A_2|A) = \frac{p(A|A_2)p(A_2)}{p(A)} = \frac{0.3 \cdot 0.01}{0.948} = 0.003$

3. a) $p(Y = 2) = p(112) + p(121) + p(211) = 3 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8 = 0.096$
   b) $p(Y_3 = 1|Y = 2) = \frac{2 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8}{3 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8} = 2/3$
   c) $Y_{3|Y=2} : \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$.
   $E(Y_3 = 1|Y = 2) = 4/3$

4. $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

