

Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду **03.12.2017.** I група

1. 6 Одредити област дефинисаности функције $f(x) = (\ln^2(x^2 - 6x + 10))^{-1} + \sqrt[6]{\arcsin \frac{x-2}{x}} + 4 \frac{(x-3)^3}{x^2-49}$.
2. 6 Наћи комплексан број $(\frac{z}{5})^{12}$ у алгебарском облику ако за z важи $|\frac{z-3}{2-\bar{z}}| = 1$, $Re(\frac{z}{2+2i}) = \frac{5}{4}$.
3. 6 Ако полином $P_n(x)$, $n \geq 3$ при дељењу са $x^2 - 1$ даје остатак $2x + 3$, а при дељењу са $x+2$ остатак 4 , одредити остатак при дељењу овог полинома полиномом $x^3 + 2x^2 - x - 2$.

4. 6 Решити матричну једначину $AX = B - 2X$, ако је $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$.

5. а) 2 Одредити реалан параметар m тако да хомогени систем
$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ mx+4y+z=0 \\ 6x+(m+2)y+2z=0 \end{cases}$$
 има и нетривијална решења.

б) 2 Решити једначину $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$.

в) 2 У комплексној равни одредити област $|Re(z)| \leq 2$, $|z + 1 - i| > 2$.

Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду **03.12.2017.** II група

1. 6 Одредити област дефинисаности функције $f(x) = \frac{\arctg(x^3-8)}{\sqrt{(\frac{1}{3})^{1-x^2}-1}} + \frac{(\ln(-x+8))^{-1}}{|x^2-x-6|}$.
2. 6 Наћи комплексан број \sqrt{z} у алгебарском облику ако важи $Re(\frac{z}{z_1}) = \frac{3}{5}$, $Im(\bar{z} \cdot z_1) = 3$, при чему је $z_1 = 2 + i$.
3. 6 Одредити полином шестог степена са реалним коефицијентима тако да му водећи коефицијент буде 1 , $i + 1$ двострука нула, при дељењу са x даје остатак 8 , а при дељењу са $x+1$ остатак 150 .
4. 6 У зависности од реалног параметра a решити систем
$$\begin{cases} 2x + y - z = -1 \\ -4x - 2y + az = a \\ (a-1)x + y + z = 2 \end{cases}$$
.
5. а) 2 Израчунати $2A^T - A^{-1}$, ако је $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$.
- б) 2 У комплексној равни одредити област $\frac{\pi}{3} \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{4}$, $|z - 2i| \leq 2$.
- в) 2 Одредити сва решења једначине $\sqrt{2}\sin^2 x + \cos x = 0$.