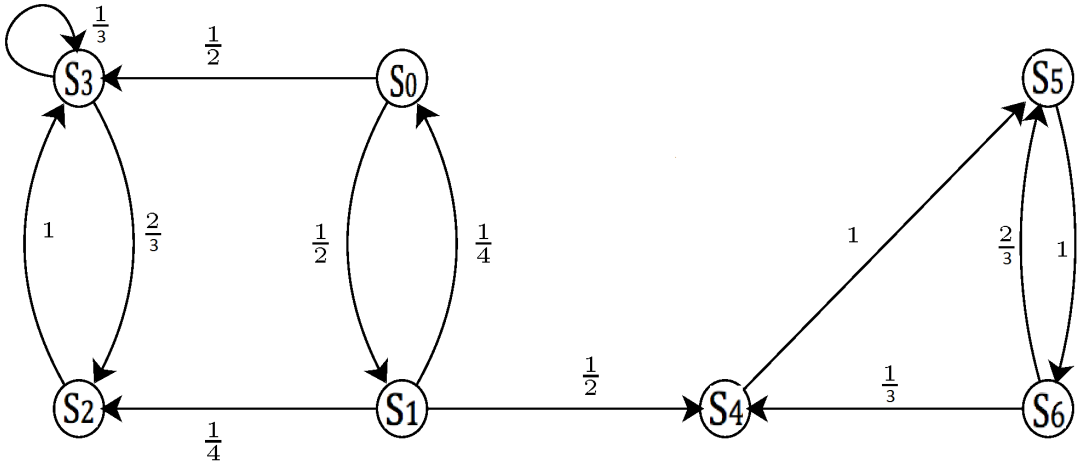
Drugi deo ispita iz Matematičke obrade eksperimentalnih podataka na TMF-u u Beogradu 27.06.2018. **A grupa**

1. Dvodimenziona slučajna promenljiva ima raspodelu: $(X,Y):\begin{pmatrix}(0,0) & (0,1) & (1,0) & (1,1) & (2,0) & (2,1)\\ \frac{1}{18} & \frac{6}{18} & \frac{3}{18} & \frac{4}{18} & \frac{3}{18} & \frac{1}{18}\end{pmatrix}$. Odrediti:
   a) [3] $P(X>0)$, $P(X\le 1)$ i $P(Y=1)$
   b) [6] $P(X=1|Y=1)$, $P(X\ge 1|Y=1)$ i $P(X\ge 1|Y\ge 1)$
   c) [6] $E(X)$ i $E(Y^2)$
   d) [5] $E(X|Y=1)$.

2. [10] Pomoću Čebiševljeve nejednakosti oceniti verovatnoću $P(|X-E(X)|<0.1)$, ako je $Var(X)=0.0001$.



3. Markovljev proces je opisan narednom slikom. Početno stanje je S_0.
   a) [2] Odrediti rekurentna stanja.
   b) [5] Odrediti verovatnoću da se proces nalazi u stanju S_2 prvi put nakon 4 koraka.
   c) [5] Odrediti $p_{05}(7)$.
   d) [2] Koja je verovatnoća da proces nikada ne udje u stanje S_1 ?
   e) [6] Izračunati $p_{03}(k)$ za svako $k\in\{1,2,3,4,5\}$

Resenja na TMF-u u Beogradu 27.06.2018. **A grupa**

1.

X/Y	0	1
0	$\frac{1}{18}$	$\frac{6}{18}$
1	$\frac{3}{18}$	$\frac{4}{18}$
2	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{18}$

   a) $P(X>0)=11/18$, $P(X\le 1)=14/18$ i $P(Y=1)=11/18$
   b) $P(X=1|Y=1)=\frac{P(X=1\bigcap Y=1)}{P(Y=1)})=\frac{\frac{4}{18}}{\frac{11}{18}}=\frac{4}{11}$
   $P(X\ge 1|Y=1)=\frac{P(X\ge 1\bigcap Y=1)}{P(Y=1)})=\frac{\frac{4}{18}+\frac{1}{18}}{\frac{11}{18}}=\frac{5}{11}$
   $P(X\ge 1|Y\ge 1)=P(X\ge 1|Y=1)=\frac{5}{11}$
   c) $E(X)=15/18$ i $E(Y^2)=11/18$
   d) $P(X=2|Y=1)=\frac{P(X=2\bigcap Y=1)}{P(Y=1)})=\frac{\frac{1}{18}}{\frac{11}{18}}=\frac{1}{11}$
   $E(X|Y=1)=0\cdot P(X=0|Y=1)+1\cdot P(X=1|Y=1)+2\cdot P(X=2|Y=1)=1\cdot\frac{4}{11}+2\cdot\frac{1}{11}=\frac{6}{11}$

2. $P(|X-E(X)|\ge 0.1)\le\frac{Var(X)}{0.1^2}=\frac{0.0001}{0.01}=0.01$.
   Zbog toga je $P(|X-E(X)|<0.1)=1-P(|X-E(X)|\ge 0.1)\ge 0.99$

3. a) S_2,S_3,S_4,S_5,S_6
   b) $p=\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{2}{3}$
   c) $p_{05}(7)=\frac{1}{2}\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{2}1+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\frac{2}{3}$
   d) $p=1/2$
   e) $p_{03}(1)=1/2$
   $p_{03}(2)=1/2\cdot 1/3$
   $p_{03}(3)=\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}1+\frac{1}{2}\frac{2}{3}1+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$
   $p_{03}(4)=\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{2}{3}1\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}1\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{2}{3}1$
   $p_{03}(5)=\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{2}{3}1\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{2}{3}1\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3}1+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}1\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{2}{3}1+\frac{1}{2}\frac{1}{4}1\frac{2}{3}1+\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{4}1$