Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду **16.06.2017.** **група 1**

1. [6] Одредити област дефинисаности функције $f(x)=\left(\arccos\frac{6x}{9x^2+1}\right)^{-1}+\sqrt{\frac{(x-3)^4}{x^2-6x+5}}\cdot\sqrt[4]{\frac{10-x}{10+x}}$.

2. [6] У комплексној равни одредити област $\frac{\pi}{4}\le\arg(z)<\frac{5\pi}{6}, |z-2|>\sqrt{2}, |z|\le|z+2-2i|, \operatorname{Re}\left(\frac{\bar{z}}{1-i}\right)<2$.

3. [6] Одредити све нуле полинома $P(x)=x^5+ax^3+bx^2-4x+c,\ a,b,c\in\mathbb{R}$, ако при дељењу са полином $Q(x)=(x-2)(x^2+1)$ даје остатак $R(x)=12x^2-6x+12$.

4. [6] У зависности од реалног параметра b решити систем:
$$\begin{array}{rcrcrcl}(1-b)\,x & + & (b-1)\,y & + & 2z & = & b+1\\ x & + & 2y & - & z & = & 2\\ x & + & (b+1)\,y & + & bz & = & 4\end{array}.$$

5.1. [2] Ако је $A=\begin{bmatrix}5&2\\3&1\end{bmatrix}$, одредити $A^\top\cdot A^{-1}$.

5.2. [2] Одредити двоструку нулу полинома $P(x)=x^3-10x^2+33x-36$

5.3. [2] Решити неједначину $2\sin(4x+\frac{\pi}{3})-\sqrt{2}\le 0$.

Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду **16.06.2017.** **група 2**

1. [6] Одредити област дефинисаности функције $f(x)=\left(\arccos\frac{4x}{4x^2+1}\right)^{-1}+\sqrt{\frac{(x-2)^6}{x^2-5x+4}}\cdot\sqrt[8]{\frac{6+x}{6-x}}$

2. [6] У комплексној равни одредити област $\frac{\pi}{3}\le\arg(z)\le\frac{3\pi}{4}, |z+2|>\sqrt{2}, |z|<|z-2-2i|, \operatorname{Im}\left(\frac{\bar{z}}{1-i}\right)>-2$.

3. [6] Одредити све нуле полинома $P(x)=x^5+ax^3+bx^2-4x+c,\ a,b,c\in\mathbb{R}$, ако при дељењу са полином $Q(x)=(x-1)(x^2+4)$ даје остатак $R(x)=-6x^2+24x-24$.

4. [6] У зависности од реалног параметра a решити систем:
$$\begin{array}{rcrcrcl}2x & + & (1+a)\,y & - & (1+a)\,z & = & 1-a\\ -x & + & y & + & 2z & = & 2\\ -ax & + & y & + & (1-a)\,z & = & 4\end{array}.$$

5.1. [2] Ако је $B=\begin{bmatrix}2&1\\5&3\end{bmatrix}$, одредити $B^{-1}\cdot B^\top$.

5.2. [2] Одредити двоструку нулу полинома $P(x)=x^3-13x^2+40x-36$

5.3. [2] Решити неједначину $\sqrt{2}\sin(3x+\frac{\pi}{6})+1\ge 0$.

Други колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду **16.06.2017.** **група 1**

1. [5] Одрети праву a која сече праве $p:\ \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+3}{-1}$ и $q:\ \frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{2}$ и пролази кроз тачку $A(1,2,0)$, а затим наћи продор те праве кроз координатне равни.

2. [5] Без примене извода наћи $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+6x^2}-\sqrt{x^2-4x}\right)$.

3. [5] Одредити једначине тангенти на криву $(y+1)^2=4(x-1)$ које пролазе кроз тачку $A\,(1,-2)$.(слика)

4. [9] Испитати и нацртати график функције $y=\frac{x-1}{1-\ln(1-x)}$.

5.1. [2] Одредити a тако да вектори $\vec{a}=\vec{p}+a\vec{q}+11\vec{r}$, $\vec{b}=\vec{p}-2\vec{q}+3\vec{r}$ и $\vec{c}=-\vec{p}+3\vec{q}+\vec{r}$ буду линеарно зависни, и наћи њихову зависност.

5.2. [2] Наћи по дефиницији извод функције $f\,(x)=\sin 3x$.

5.3. [2] За $x=2+2\operatorname{arctg}3t+3\sin 4t,\ y=5t+2e^{3t^2}+3\cos 4t$, наћи y' за $t=0$.

Други колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду **16.06.2017.** **група 2**

1. [5] Одрети праву p која сече праве $a:\ \frac{x+3}{-1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-3}{2}$ и $b:\ \frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ и пролази кроз тачку $P(0,1,2)$, а затим наћи продор те праве кроз координатне равни.

2. [5] Без примене извода наћи $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3-6x^2}-\sqrt{x^2+4x}\right)$.

3. [5] Одредити једначине тангенти на криву $(y-1)^2=4(x+1)$ које пролазе кроз тачку $B\,(-1,2)$.(слика)

4. [9] Испитати и нацртати график функције $y=\frac{2-x}{1-\ln(2-x)}$.

5.1. [2] Одредити b тако да вектори $\vec{a}=2\vec{p}-\vec{q}+3\vec{r}$, $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}+b\vec{r}$ и $\vec{c}=3\vec{p}+\vec{q}-2\vec{r}$ буду линеарно зависни, и наћи њихову зависност.

5.2. [2] Наћи по дефиницији извод функције $f\,(x)=\cos 2x$.

5.3. [2] За $x=3t+3e^{2t^2}+2\cos 3t,\ y=2+4\operatorname{arctg}2t+3\sin 5t$, наћи y' за $t=0$.