Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду 27.01.2017. **1. група**

1. [6] Одредити област дефинисаности функције $f(x)=\sqrt[6]{\left(\log_{\frac{1}{2}}\left(\left|\frac{x-2}{x+1}\right|\right)+1\right)(4x-5-x^2)}+\frac{\arcsin\left(2^{3x+2}-1\right)}{x^2+5x+6}$.

2. [6] Наћи све комплексне бројеве који задовољавају релације: $\arg\left(\frac{z+2}{1-i}\right)=\frac{3\pi}{4}$, $\left|\frac{\bar{z}+2i}{z+4-4i}\right|=1$.

3. [6] Одредити полином са реалним коефицијентима четвртог степена тако да има нулу $-1-i$, да при дељењу са x^2+x-2 даје остатак $18x+22$ и да је збир коефицијената уз непарне степене једнак 24.

4. [6] Решити матричну једначину $\left(A^{-1}X\right)^{-1}-\frac{1}{4}A=3X^{-1}$, ако је $A=\begin{bmatrix}2&1&1\\1&0&-1\\-2&1&1\end{bmatrix}$.

5. а) [2] Решити неједначину $7\cos x-2\sin^2 x+5>0$;

   б) [2] Одредити $\mathrm{Re}(z)$ и $\mathrm{Im}(z)$ ако је $z=\left(-\sqrt{3}-i\right)^{10}$;

   в) [2] За коју вредност реалног параметра a полином $P(x)=x^5-ax^2-ax+1$ има нулу -1 другог реда?

Први колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду 27.01.2017. **2. група**

1. [6] Одредити област дефинисаности функције $f(x)=\frac{\arccos\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-1}+\frac{2}{3}\right)}{2x^2-7x+6}-\ln\left(\left(5-4x+x^2\right)\left(\log_3\left(\left|\frac{x+3}{x-1}\right|\right)-1\right)\right)$.

2. [6] Наћи све комплексне бројеве који задовољавају релације: $\arg\left(\frac{3-\bar{z}}{1+i}\right)=\frac{\pi}{4}$, $\left|\frac{z-3-3i}{\bar{z}+6i}\right|=1$.

3. [6] Одредити полином са реалним коефицијентима четвртог степена тако да има нулу $1+i$, да при дељењу са x^2-x-2 даје остатак $22-18x$ и да је збир коефицијената уз парне степене једнак 16.

4. [6] Решити матричну једначину $2X^{-1}-\frac{1}{6}B=\left(XB^{-1}\right)^{-1}$, ако је $B=\begin{bmatrix}3&1&-3\\1&0&1\\1&-1&1\end{bmatrix}$.

5. а) [2] За коју вредност реалног параметра b полином $P(x)=x^5+bx^2-bx-1$ има нулу 1 другог реда?

   б) [2] Одредити $\mathrm{Re}(z)$ и $\mathrm{Im}(z)$ ако је $z=\left(1-\sqrt{3}i\right)^{10}$;

   в) [2] Решити неједначину $2\cos^2 x+7\sin x-5<0$.

Други колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду 27.01.2017. **1. група**

1. [5] Показати да су праве $p:\ \frac{x-1}{0}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{-1}$ и $q:\ \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-4}{1}$ мимоилазне. Наћи заједничку нормалу и растојање.

2. [5] Без примене извода наћи $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4x-1}{2+4x}\right)^{\frac{32}{\ln(x+1)+\ln(x-4)-\ln\left(x^2+5x+6\right)}}$.

3. [5] Одредити тангенту и нормалу на криву $y=\left(\frac{4-\ln x^3}{\ln x}\right)^{\ln^2 x}$ у тачки $A(e,y_0)$.

4. [9] Испитати и нацртати график функције $y=\sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$.

5. а) [2] Наћи асимптоте функције $y=\frac{5x^2+3}{e^x}$;

   б) [2] Наћи y''_x ако је $x=\sqrt{3+t^2}$, $y=\ln\left(t+\sqrt{t^2+3}\right)$;

   в) [2] Применом Лопиталовог правила израчунати $\lim\limits_{x\to0+}(\sin x)^{\mathrm{tg}\,x}$.

Други колоквијум из Математике 1 на ТМФ-у у Београду 27.01.2017. **2. група**

1. [5] Показати да су праве $a:\ \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{1}$ и $b:\ \frac{x-4}{-1}=\frac{y-3}{0}=\frac{z-3}{1}$ мимоилазне. Наћи заједничку нормалу и растојање.

2. [5] Без примене извода наћи $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{5+3x}{3x-2}\right)^{\frac{15}{\ln\left(x^2-3x+5\right)-\ln(x+3)-\ln(x-1)}}$.

3. [5] Одредити тангенту и нормалу на криву $y=\left(\frac{2-e^{x^2}}{e^x}\right)^{e^{3x+1}}$ у тачки $B(0,y_0)$.

4. [9] Испитати и нацртати график функције $y=\sqrt{\frac{x^3}{x+2}}$.

5. а) [2] Наћи y''_x ако је $x=\sqrt{t^2-5}$, $y=\ln\left(t+\sqrt{t^2-5}\right)$;

   б) [2] Применом Лопиталовог правила израчунати $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos x)^{\mathrm{ctg}\,x}$;

   в) [2] Наћи асимптоте функције $y=\left(3-x^2\right)e^{-x}$.