

Sistemi lineranih jednačina

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \dots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \dots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & & & & & & & \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \dots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}$$

sistem m jednačina sa n nepoznatih

$x_1, x_2, \dots, x_n$ nepoznate

$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$ realne konstante; $b_1, b_2, \dots, b_m$ slobodni članovi (realne konstante)

Ako je $m = n$ sistem jednačina je **kvadratni**.

Pod **rešenjem** sistema podrazumevamo sve $x_1 = \alpha_1, x_2 = \alpha_2, \dots, x_n = \alpha_n$ koji identički zadovoljavaju sistem.

U zavisnosti od rešenja sistem može biti:

- 1) ODREĐEN - ako ima samo jedno rešenje (jedinstveno rešenje)
- 2) NEODREĐEN - ako ima više od jednog rešenja (beskonačno mnogo rešenja)
- 3) NEMOGUĆ - ako nema rešenja

Određeni i neodređeni sistemi se jednim imenom nazivaju **saglasni** sistemi.

Ako je $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ sistem je **homogen**, u suprotnom je **nehomogen**.

Svaki homogen sistem je saglasan jer ima bar jedno rešenje $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$, tzv. **trivijalno** rešenje.

Dva sistema jednačina su **ekvivalentna**, ako imaju isti skup rešenja.

Transformacije koje sistem prevode u ekvivalentan su:

- 1) Zamena mesta dve jednačine
- 2) Množenje svih koeficijenata jedne jednačine konstantom različitom od nule
- 3) Dodavanje koeficijenata jedne jednačine odgovarajućim koeficijentima druge jednačine

Metode za rešavanje sistema linearnih jednačina

- 1) Gausova metoda eliminacije
- 2) Kramerovo pravilo

Kramerovo pravilo

Kramerovim pravilom se rešavaju **samo** kvadratni sistemi jednačina ($m = n$).

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, D_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ b_n & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, D_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \dots, D_{x_n} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_2 \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_n \end{vmatrix}$$

- 1) Ako je $D \neq 0$ sistem ima jedinstveno rešenje $x_1 = \frac{D_{x_1}}{D}, x_2 = \frac{D_{x_2}}{D}, \dots, x_n = \frac{D_{x_n}}{D}$
- 2) Ako je $D = 0$ i neko od $D_{x_1}, D_{x_2}, \dots, D_{x_n} \neq 0$ sistem nema rešenja
- 3) Ako je $D = 0$ i $D_{x_1} = D_{x_2} = \dots = D_{x_n} = 0$ nemamo zaključak, mora se rešavati Gausovim metodom eliminacije