

# Primena određenog integrala

## Površina ravnog lika

1. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = 4$ ,  $y = x^2$ .
2. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = 4x - x^2$ ,  $y = x^2 - 4x + 6$ .
3. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = 9 - x^2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y = 8x$ ,  $y = \frac{5}{2}x$ .
4. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $x = 0$ ,  $x = 2 - y - y^2$ .
5. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $x = 1 - y^2$ ,  $y = 1 - x$ .
6. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = x + 3$ ,  $y = x^2 + 2x - 3$ .
7. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = x^2 - 1$ ,  $x = 2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ .
8. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = x - 1$ ,  $y = 1$ ,  $y = \ln x$ .
9. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -x$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
10. Izračunati površinu četvorougla čija su temena  $A(1, 1)$ ,  $B(6, 2)$ ,  $C(8, 6)$  i  $D(2, 6)$ .
11. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = x$ ,  $y = 3x$ ,  $x = 1$ ,  $x + y = 6$ .
12. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y^2 = x + 1$ ,  $y + x = 1$ .
13. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = e^{2x}$ ,  $y = \ln(-x)$ ,  $y = 1$ ,  $y = 2$ .
14. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $x(t) = 6 \cos t$ ,  $y(t) = 6 \sin t$ .
15. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $4y = x^2$ ,  $x^2 + y^2 = 5$ .
16. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = -x^2 + 5x$ ,  $y = 5x$  i  $y = -5x + 25$ .
17. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $x(t) = 2 \cos t$ ,  $y(t) = 3 \sin t$ .
18. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $y = \cos x$ ,  $x = \frac{\pi}{6}$ ,  $x = \frac{5\pi}{6}$  i  $x$ -osom.
19. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog relacijama  $y \geq x^2 - 1$ ,  $x + y \leq 1$ ,  $-x + y \leq 1$ .
20. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog krivom  $y^2 = 16 - 2x$ , tangentama na tu krivu u tački  $T(6, 2)$  i  $y$ -osom.
21. Izračunati površinu prvog svoda cikloide  $x(t) = 4(t - \sin t)$ ,  $y(t) = 4(1 - \cos t)$ .
22. U presečnim tačkama prave  $x - y + 1 = 0$  i parabole  $y = x^2 - 4x + 5$  povučene su tangente na parabolu. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog parabolom i njenim tangentama.
23. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog parabolom  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$  i njenim tangentama u tačkama  $A(1, \frac{1}{2})$  i  $B(4, 2)$ .
24. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog sa  $x(t) = 2 \cos^3 t$ ,  $y(t) = 2 \sin^3 t$ .
25. Izračunati površinu ravnog lika ograničenog krivom  $y = \frac{1}{2x^2+3}$  i njenom asimptotom.

## Dužina luka

1. Odrediti dužinu luka krive  $y = \ln x$ ,  $\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{3}$ .
2. Odrediti obim kružnice  $x^2 + y^2 = 9$ .
3. Odrediti dužinu luka krive  $y = \ln(1 - x^2)$ ,  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ .
4. Odrediti dužinu luka određenog prvim svodom cikloide  $x(t) = 7(t - \sin t)$ ,  $y(t) = 7(1 - \cos t)$ .
5. Odrediti dužinu luka krive  $y = e^{2x}$ ,  $0 \leq x \leq \ln 3$ .
6. Odrediti obim astroide  $x(t) = 3 \cos^3 t$ ,  $y(t) = 3 \sin^3 t$ .
7. Odrediti dužinu luka krive  $y = \sqrt{81 - x^2}$ ,  $3 \leq x \leq 9$ .
8. Odrediti dužinu luka određenog krivom  $x(t) = 4 \cos t$ ,  $y(t) = 4 \sin t$ .
9. Odrediti dužinu luka krive  $y = \ln \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ,  $1 \leq x \leq 2$ .
10. Odrediti dužinu luka krive  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$  od koordinatnog početka do tačke  $A(8, \frac{32\sqrt{2}}{3})$ .
11. Odrediti dužinu luka koji na paraboli  $y^2 = 1 - 2x$  odseca prava  $x - y + 1 = 0$ .
12. Odrediti dužinu luka krive  $x(t) = t \sin t$ ,  $y(t) = t \cos t$ ,  $t \in [0, 4\pi]$ .

## Zapremina obrtnog tela

1. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom krive  $y = e^{-2x}$  u I kvadrantu oko  $x$ -ose.
2. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom krive  $y = xe^{3x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  oko  $x$ -ose.
3. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom krive  $y = e^x \sqrt{2x - x^2}$  oko  $x$ -ose.
4. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $y = e^{x-1}$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$  oko  $x$ -ose.
5. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom krive  $y = (x + 1)e^{2x}$ ,  $1 \leq x \leq 2$  oko  $x$ -ose.
6. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$  oko  $x$ -ose.
7. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $y = x^3$ ,  $y = x$  u I kvadrantu oko  $x$ -ose.
8. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom dela krive  $x(t) = 3 \cos t$ ,  $y(t) = 2 \sin t$  oko  $y$ -ose.
9. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$  oko  $x$ -ose.
10. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $xy = 1$ ,  $x \geq 1$ ,  $y = 0$  oko  $x$ -ose.
11. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom asteroide  $x(t) = 2 \cos^3 t$ ,  $y(t) = 2 \sin^3 t$  oko  $x$ -ose.
12. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $y^2 = 4x$ ,  $x = 1$  oko  $x$ -ose.
13. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$  oko  $y$ -ose.
14. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$  oko  $x$ -ose.
15. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene sa  $y = \frac{64}{x^2 + 16}$ ,  $y = \frac{x^2}{8}$  oko  $x$ -ose.
16. Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom krive  $y = \frac{1}{9+x^2}$  oko  $x$ -ose.

## Površina obrtnog tela

1. Izračunati površinu površi nastale rotacijom krive  $y = \cos 2x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$  oko  $x$ -ose.
2. Izračunati površinu površi nastale rotacijom krive  $y = \sin 2x$ ,  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \pi$  oko  $x$ -ose.
3. Izračunati površinu lopte poluprečnika 5.
4. Izračunati površinu površi nastale rotacijom krive  $y = x^3$ ,  $0 \leq x \leq 1$  oko  $x$ -ose.
5. Izračunati površinu površi nastale rotacijom krive  $x^2 + y^2 = 4y$  oko  $y$ -ose.
6. Izračunati površinu tela koje nastaje kada elipsa  $x(t) = 3 \cos t$ ,  $y(t) = 2 \sin t$  rotira oko  $x$ -ose.
7. Izračunati površinu površi nastale rotacijom elipse  $12x^2 + 16y^2 = 3$  oko  $y$ -ose.
8. Izračunati površinu površi nastale rotacijom dela krive  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = a \sin^3 t$  oko  $x$ -ose.
9. Izračunati površinu površi nastale rotacijom krive  $y = e^{3x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  oko  $x$ -ose.
10. Izračunati površinu površi nastale rotacijom drugog svoda cikloide  $x(t) = 4(t - \sin t)$ ,  $y(t) = 4(1 - \cos t)$  oko  $x$ -ose.
11. Izračunati površinu površi nastale rotacijom krive  $y = x^2$ ,  $1 \leq x \leq 2$  oko  $x$ -ose.
12. Izračunati površinu površi nastale rotacijom krive  $y = \ln x$ ,  $2 \leq x \leq 3$  oko  $x$ -ose.
- 13\*. Izračunati površinu površi nastale rotacijom zatvorene krive linije oko  $x$ -ose koju obrazuju parabole  $y = x^2$  i  $x = y^2$  u I kvadrantu.