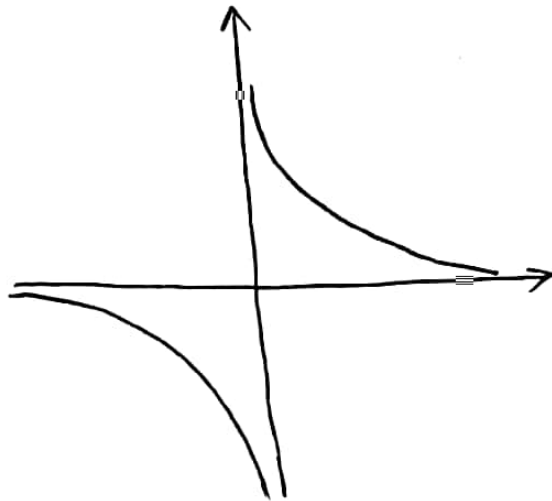


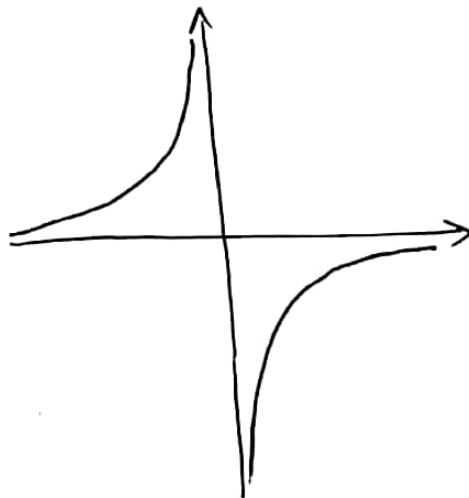
7. Одредити површину равног lika ограниченог функцијана $xy=4$; $y=2x$, $x=2y$ у I квадранту.

$xy=4 \Leftrightarrow y=\frac{4}{x} \rightarrow$ Присетите се како изгледају ф-је $y=\frac{k}{x}$

За $k > 0$



За $k < 0$



Та функција је хипербола

Пресецимо $y=\frac{4}{x}$ и $y=2x$:

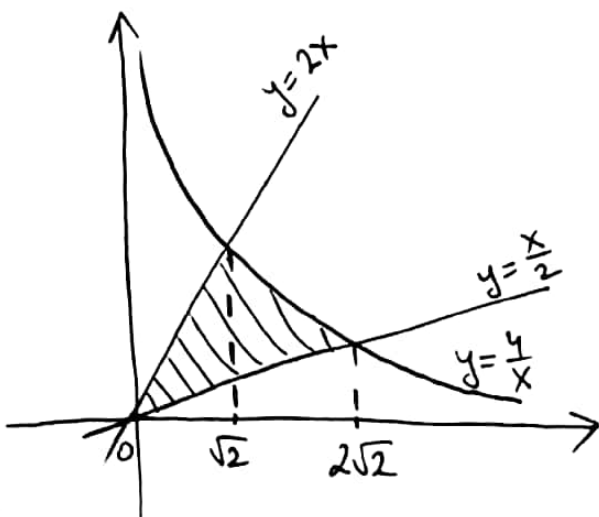
$$\frac{4}{x} = 2x$$

$$x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

(у I квадранту)

Пресецимо $y=\frac{4}{x}$ и $y=\frac{x}{2}$

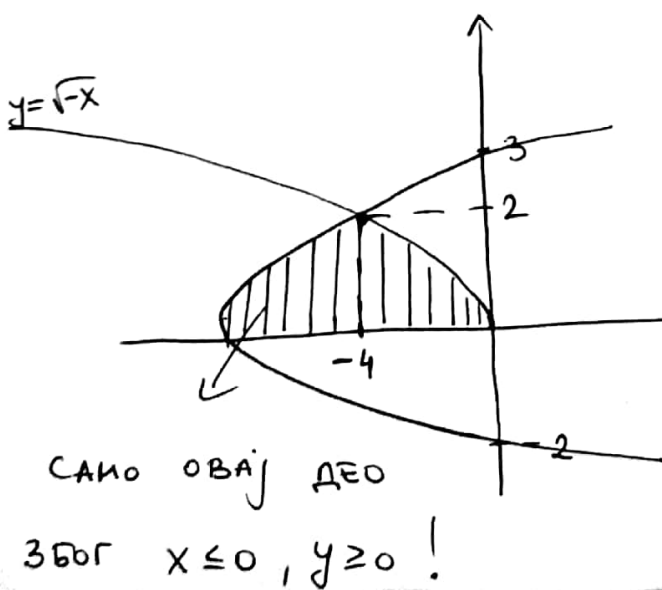
$$\frac{4}{x} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$



$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{\sqrt{2}} \left(2x - \frac{x}{2}\right) dx + \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \left(\frac{4}{x} - \frac{x}{2}\right) dx = \\
 &= \left(x^2 - \frac{x^2}{4}\right) \Big|_0^{\sqrt{2}} + \left(4 \ln|x| - \frac{x^2}{4}\right) \Big|_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} = \\
 &= 2 - \frac{1}{2} + 4(\ln 2\sqrt{2} - \ln \sqrt{2}) - \frac{1}{4}(8 - 2) = \\
 &= 2 - \frac{1}{2} + 4\ln 2 - \frac{3}{2} = 4\ln 2 = \ln 16
 \end{aligned}$$

8. Одредити површину равног lika који је одређен релацијама: $y \leq \sqrt{-x}$, $x \geq y^2 - y - 6$, $x \leq 0$, $y \geq 0$.

Обратити пажњу! Овде су ф-је дате неједнакостима да би се прецизирало на коју се област мисли.



$y = \sqrt{-x}$ је ПАРАБОЛА

КАД КВАДРИРАМО,

ТО ЈЕ $y^2 = -x$,

АЛИ ЦРТАМО САМО

ПОЗИТИВАН КРАК!

$x = y^2 - y - 6$ је

ПАРАБОЛА, ДУЖ

x -ОСЕ

Пресек ових парабол:

$$y^2 = -x \Leftrightarrow x = -y^2$$

$$-y^2 = y^2 - y - 6$$

$$2y^2 - y - 6 = 0 \Rightarrow y = 2, x = -4$$

Тражимо где сече y -осу:

$$y^2 - y - 6 = 0 \Rightarrow y = -2 \vee$$

$$y = 3$$

Посматрајући с лева на десно, од даље ϕ -је
одузимамо ближу:

$$\int_0^2 -y^2 dy - \int_0^2 (y^2 - y - 6) dy = \dots = \frac{26}{3}$$

Домати: Израчунаати површину равнoг лика
који је одређен функцијама:

1) $y = \sqrt{-x}$, $y - x = 2$, $y = 0$

(решење: $P = \frac{7}{6}$)

2) $y = x^3$, $y = 6 + x$, $2y + x = 0$

3) $y^2 \leq 16 + 2x$, $y \geq x + 4$

4) $x \geq y^2 - y - 3$, $x \leq 3 + 3y - y^2$