Posmatraćemo diferencijalne jednačine prvog reda, tj. jednačine oblika

$$F(x, y, y') = 0. \tag{1}$$

Ako se prethodna jednačina može rešiti po y' onda dobijamo takozvani *eksplicitni oblik* diferencijalne jednačine (1):

$$y' = f(x, y). \tag{2}$$

Iz prethodnih primera možemo zaključiti da diferencijalna jednačina prvog reda može imati beskonačno mnogo rešenja. Da bismo izdvojili neko posebno, *partikularno rešenje*, potrebno je da zadamo neki dodatni uslov. Na primer to može biti *početna vrednost* tražene funkcije. U tom slučaju se radi o takozvanom Košijevom problemu:

Definicija 0.1 *Košijev problem za diferencijalnu jednačinu prvog reda (2) se sastoji u nalaženju onog rešenja diferencijalne jednačine (2) za koje je $y(x_0) = y_0$, gde su x_0 i y_0 dati brojevi.*

Uslov $y(x_0) = y_0$ se obično naziva *Košijev uslov* ili *početni uslov.*

Posmatraćemo sledeći primer.

Primer 0.1 *Naći ono rešenje diferencijalne jednačine*

$$y' = x^3$$

koje zadovoljava uslov $y(1) = 2$.

Kao što smo već napomenuli, prethodna diferencijalna jednačina se rešava integracijom odakle dobijamo da je funkcija

$$y = \frac{x^4}{4} + C$$

njeno rešenje. Da bismo dobili traženo rešenje u prethodnu relaciju ubacujemo $x = 1$ i $y = 2$. Lako se dobija da je u tom slučaju $C = \frac{7}{4}$ pa je traženo rešenje

$$y = \frac{x^4 + 7}{4}.$$

Prirodno se nameće pitanje *egzistencije rešenja* Košijevog problema. Takođe, postavlja se i pitanje *jedinstvenosti rešenja*, ako ono postoji. Odgovor na oba pitanja daje Košijeva teorema koja predstavlja jedan od najznačajnijih rezultata u teoriji diferencijalnih jednačina.

Teorema 0.1 *Košijev problem za diferencijalnu jednačinu prvog reda (2) ima jedinstveno rešenje u svakoj tački $M_0(x_0, y_0)$ pravougaonika*

$$D = \{(x, y),\ a \leq x \leq b,\ c \leq y \leq d\},$$

ako je funkcija $f(x, y)$ neprekidna na D zajedno sa svojim parcijalnim izvodom $\dfrac{\partial f(x, y)}{\partial y}$.

Vidimo da ispunjenje Košijeve teoreme garantuje egzistenciju i jedinstvenost resenja Košijevog problema, tj. onog rešenja diferencijalne jednačine (2) koje zadovoljava uslov $y(x_0) = y_0$. Smatrajući da je tačka x_0 promenljiva, tj. smatrajući da igra ulogu parametra u nekoj oblasti D u kojoj su ispunjeni uslovi Košijeve teoreme, možemo definisati *opšte i partikularno rešenje* diferencijalne jednačine (2).

Definicija 0.2 *Rešenje diferencijalne jednačine (2) oblika $y = y(x, C)$ naziva se opštim rešenjem diferencijalne jednačine (2) u oblasti D ako za svaku tačku $M_0(x_0, y_0) \in D$ postoji vrednost parametra $C = C_0$, koje zadovoljava uslov $y(x_0, C_0) = y_0$, i za koje je $y = y(x, C_0)$ ono rešenje diferencijalne jednačine (2) koje zadovoljava uslov $y(x_0) = y_0$.*

Rešenje diferencijalne jednačine (2), koje se dobija iz opšteg rešenja za neku konkretnu vrednost konstante $C = C_0$, naziva se *partikularno rešenje* diferencijalne jednačine (2). Ako se rešenje ne može dobiti iz opšteg rešenja ni za jednu vrednost konstante C, onda ćemo reći da je to *singularno rešenje.*

Ukoliko je opšte rešenje dato u implicitnom obliku, tj. ako nije rešeno po y već je oblika

$$F(x, y, C) = 0,$$

onda se takva relacija naziva *opšti integral* diferencijalne jednačine (2).