Sistem

$$HLS: \begin{cases} y_1'(x) = a_{11}(x)y_1(x) + \ldots + a_{1n}(x)y_n(x), \\ y_2'(x) = a_{21}(x)y_1(x) + \ldots + a_{2n}(x)y_n(x), \\ \vdots \\ y_n'(x) = a_{n1}(x)y_1(x) + \ldots + a_{nn}(x)y_n(x), \end{cases}$$

gde su $a_{ij}(x)$ funkcije koje su definisane i neprekidne na intervalu (a, b), zove se linearni homogeni sistem diferencijalnih jednačina.

Radi jednostavnosti, prethodni sistem je korisno zapisivati u kompaktnijem obliku korišćenjem matrica. Uvedimo najpre matricu sistema

$$A(x) = \begin{bmatrix} a_{11}(x) \ldots a_{1n}(x) \\ a_{21}(x) \ldots a_{2n}(x) \\ \vdots \\ a_{n1}(x) \ldots a_{nn}(x) \end{bmatrix}$$

i matricu-kolonu funkcija

$$\boldsymbol{y}(x) = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ \vdots \\ y_n(x) \end{bmatrix}.$$

Tada se sistem HLS može zapisati u obliku

$$\boldsymbol{y}'(x) = A(x)\boldsymbol{y}(x). \tag{1}$$

Napomenimo da smo sa $\boldsymbol{y}'(x)$ označili matricu

$$\boldsymbol{y}'(x) = \begin{bmatrix} y_1'(x) \\ y_2'(x) \\ \vdots \\ y_n'(x) \end{bmatrix}.$$

Pretpostavimo da su funkcije $\boldsymbol{y}(x)$ i $\boldsymbol{z}(x)$ dva rešenja sistema (1), tj. neka važi

$$\boldsymbol{y}'(x) = A(x)\boldsymbol{y}(x), \quad \boldsymbol{z}'(x) = A(x)\boldsymbol{z}(x).$$

Tada će i njihov zbir takođe zadovoljavati sistem (1) odnosno važiće

$$(\boldsymbol{y}(x) + \boldsymbol{z}(x))' = A(x)(\boldsymbol{y}(x) + \boldsymbol{z}(x)).$$

Pored toga, ako je C neka konstanta i ako je $\boldsymbol{y}(x)$ rešenje sistema (1), onda je i $C\boldsymbol{y}(x)$ takođe njegovo rešenje. Na taj način, možemo zaključiti da ako imamo n rešenja sistema

$$\boldsymbol{y}^1(x) = \begin{bmatrix} y_{11}(x) \\ y_{21}(x) \\ \vdots \\ y_{n1}(x) \end{bmatrix}, \ldots, \boldsymbol{y}^n(x) = \begin{bmatrix} y_{1n}(x) \\ y_{2n}(x) \\ \vdots \\ y_{nn}(x) \end{bmatrix},$$

onda je i njihova linearna kombinacija

$$\boldsymbol{y}(x) = C_1\boldsymbol{y}^1(x) + \ldots + C_n\boldsymbol{y}^n(x)$$

takođe rešenje sistema HLS. Važno je primetiti da, ako su rešenja $\boldsymbol{y}^1(x), \ldots, \boldsymbol{y}^n(x)$ *linearno nezavisna* tj. ako se nijedno rešenje ne može predstaviti kao linearna kombinacija ostalih, onda je funkcija $\boldsymbol{y}(x)$ *opšte rešenje sistema (1)*. To u stvari znači da se sva rešenja mogu dobiti za neke odgovarajuće vrednosti konstanti $C_1, \ldots, C_n$.

Kao u slučaju diferencijalne jednačine $n-$tog reda, može se pokazati da je neophodan i dovoljan uslov za linearnu nezavisnost rešenja $\boldsymbol{y}^1(x), \ldots, \boldsymbol{y}^n(x)$, da *Vronskijeva determinanta*

$$W(x) = \begin{vmatrix} y_{11}(x) & \ldots & y_{1n}(x) \\ y_{21}(x) & \ldots & y_{2n}(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ y_{n1}(x) & \ldots & y_{nn}(x) \end{vmatrix}$$

bude različita od nule.

Prema tome, za nalaženje opšteg rešenja sistema (1) potrebno je naći n linearno nezavisnih rešenja i napraviti njihovu linearnu kombinaciju. Takav skup od n linearno nezavisnih rešenja se zove *fundamentalni skup rešenja sistema (1)* i njega karakteriše odgovarajuća *fundamentalna matrica sistema*

$$Y(x) = \begin{bmatrix} y_{11}(x) & \ldots & y_{1n}(x) \\ y_{21}(x) & \ldots & y_{2n}(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ y_{n1}(x) & \ldots & y_{nn}(x) \end{bmatrix}.$$

Primetimo da su u prethodnoj matrici rešenja u stvari predstavljena kao kolone matrice.

Lako se može proveriti da matrica $Y(x)$ zadovoljava matričnu jednačinu

$$Y'(x) = A(x)Y(x).$$

Takođe, ako uvedemo matricu-kolonu

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix},$$

onda je opšte rešenje sistema HLS dato sa

$$\boldsymbol{y}(x) = Y(x)\boldsymbol{C}.$$

Prethodna činjenica direktno sledi na osnovu definicije množenja dve matrice i relacije jednakosti među matricama.