

## Dvojni integral

1. Izračunati  $\iint_D \frac{x^2}{1+y^2} dx dy$ , ako je  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ . Rešenje  $I = \frac{\pi}{12}$ .
2. Izračunati  $\iint_D \cos(x+y) dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena pravama  $x = 0$ ,  $y = \pi$ ,  $y = x$ . Rešenje  $I = -2$ .
3. Izračunati  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena parabolama  $y = x^2$  i  $y^2 = x$ .
4. Izračunati  $\iint_D xy^2 dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena sa  $y^2 = 2x$ ,  $x = \frac{1}{2}$ .
5. Izračunati  $\iint_D x dx dy$ , ako je  $D$  četvorougao određen tačkama  $P(1,2)$ ,  $Q(3,4)$ ,  $R(3,9)$  i  $S(1,5)$ . Rešenje  $I = \frac{16}{3}$ .
6. Promeniti redosled integracije:
  - a)  $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$
  - b)  $\int_0^1 dy \int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$
  - c)  $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$
  - d)  $\int_5^3 dx \int_{x+1}^{7-x} f(x, y) dy$
  - e)  $\int_0^{-2} dy \int_{-2y}^y f(x, y) dx$
7. Izračunati  $\iint_D e^{-x/y} dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena sa  $y^2 = x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 1$ . Rešenje  $I = \frac{2}{e} - \frac{1}{2}$ .
8. Izračunati  $\iint_D x dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena sa jedne strane pravom koja prolazi kroz  $A(2,0)$  i  $B(0,2)$ , a sa druge lukom kruga sa poluprečnikom  $r = 1$  i centrom u  $C(0,1)$ . Rešenje  $I = \frac{1}{6}$ .
9. Izračunati  $\iint_D (x+y) dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena sa  $y^2 = 2x$ ,  $x+y = 4$  i  $x+y = 12$ .
10. Izračunati  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , ako je  $D$  oblast zadata sa  $x^2 + y^2 \leq 2ax$ .
11. Izračunati  $\iint_D e^{2x-y} \sin(x+3y) dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena sa  $2x-y = 0$ ,  $2x-y-7 = 0$ ,  $x+3y = 0$  i  $x+3y-7 = 0$ .
12. Izračunati  $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , ako je  $D$  oblast zadata jednačinama  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $x \leq 0$  i  $y \geq 0$ .
13. Izračunati  $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy$ , ako je  $D$  oblast u I kvadrantu koja je ograničena sa  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $y = x$  i  $y = x\sqrt{3}$ .
14. Izračunati P oblasti ograničene sledećim krivama:  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $y = x$  i  $y = 0$ .
15. Izračunati  $P(D)$  ako je  $D$  zadata sa  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2\sqrt{x}$  i  $x = 4$ .
16. Izračunati  $P(D)$  ako je  $D$  zadato jednačinom  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ .
17. Izračunati  $\iint_D xy dx dy$ , ako je  $D$  oblast određena sa  $xy = 1$ ,  $xy = 2$ ,  $y = x$ ,  $y = 4x$  i  $x > 0$ .
18. Izračunati  $\iint_D \arctg\left(\frac{y}{x}\right) dx dy$ , ako je  $D$  oblast određena sa  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ ,  $y = \sqrt{3}x$  i  $x > 0$ .
19. Izračunati V tela ograničenog površima  $y^2 = x$ ,  $y^2 = 4x$ ,  $z = 0$ ,  $x+z = 4$  i  $y \geq 0$ .
20. Izračunati V tela ograničenog površima  $z = x^2 + 2y^2$  i  $2x + 4y + z = 4$ .
21. Izračunati P tela ograničenog sa  $z = 1 + x^2 + y^2$ ,  $z = 2 + \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2}$ .
22. Izračunati V tela ograničenog sa  $z = x^2 + y^2$ ,  $x^2 + y^2 = x$ ,  $x^2 + y^2 = 2x$  i  $z = 0$ . Rešenje  $V = 45/32\pi$ .
23. Izračunati P dela površi  $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$  odsečenog sa  $z = 0$ .
24. Izračunati P dela površi  $2z = x^2 + y^2$  koju odseca  $x^2 + y^2 = 1$ .
25. Izračunati P dela konusa  $z^2 = x^2 + y^2$  koji odseca  $x^2 + y^2 = 2x$ .
26. Izračunati P dela konusa  $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$  koji odseca  $x^2 + (y-2)^2 = 4$ .
27. Izračunati  $\iint_D x^2 y dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena krivama  $xy = 2$ ,  $x - 2y = 0$  i  $y = 2$ .
28. Izračunati  $\iint_D (x-y)(x-5y)^2 dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena sa  $x - 5y + 20 = 0$ ,  $x - 5y = 0$  i  $x - y = 0$  i  $x - y - 4 = 0$ .
29. Izračunati  $\iint_D (x^2 - y^2) dx dy$ , ako je  $D$  oblast ograničena sa  $x + y = 1$ ,  $x + y = 3$  i  $2x - y = 2$  i  $2x - y = -1$ .
30. Promeniti redosled integracije  $\int_0^1 dx \int_{e^{-x}}^{e^x} f(x, y) dy$