

# Determinante - domaći zadatak

Izračunati vrednost determinanti:

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & a^2 \\ a^2 & a & 1 \end{vmatrix} = a^2(a-1)^2; \quad 2. \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ -3 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 14; \quad 3. \begin{vmatrix} 1 & a & bx \\ 1 & b & ax \\ 1 & x & ab \end{vmatrix} = (x-a)(a-b)(b-x);$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & \cos \frac{\pi}{3} & \sin \frac{\pi}{6} \\ \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} & 0 & \sin \frac{\pi}{3} \\ \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{6} & -\sqrt{3} \end{vmatrix} = \frac{9}{4}; \quad 5. \begin{vmatrix} 1 & 2x & 1 \\ 2 & x & x \\ 3x & 2 & -x \end{vmatrix} = 2(3x^3 - x + 2); \quad 6. \begin{vmatrix} x-3 & x+2 & x-1 \\ x+2 & x-4 & x \\ x-1 & x+4 & x-5 \end{vmatrix} = 22(3x-2);$$

$$7. \begin{vmatrix} 3x-5 & -5-2x & x+1 \\ 2x-4 & -2-2x & x-1 \\ 3x-8 & 2-3x & 2x-5 \end{vmatrix} = -(x-4)(x-3)(x+2); \quad 8. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -2; \quad 9. \begin{vmatrix} -3 & -2 & 2 & -11 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 50$$

$$10. \begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -1; \quad 11. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 9; \quad 12. \begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix} = 18;$$

$$13. \begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix} = -6; \quad 14. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (x-1)^3(x+3); \quad 15. \begin{vmatrix} 1 & a & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -5 & 1 \\ 4 & 4 & -7 & 5 \end{vmatrix} = 15(a-1);$$

$$16. \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -a & b & c & d \\ -a & -b & c & d \\ -a & -b & -c & d \end{vmatrix} = 8abcd; \quad 17. \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix} = (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d);$$

$$18. \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ a & a^2 & a^3 & 1 \\ a^2 & a^3 & 1 & a \\ a^3 & 1 & a & a^2 \end{vmatrix} = (a^4-1)^3 \quad 19. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 4 \\ -1 & 3-x^2 & 3 & 3 \\ 7 & 7 & 5 & 5 \\ -7 & -7 & 6 & x^2-3 \end{vmatrix} = 23(x^2-9)(x^2-4); \quad 20. \begin{vmatrix} 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 8 & 6 & 7 & 7 & 7 \\ 8 & 6 & 7 & 3 & 3 \\ 8 & 6 & 7 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 0;$$

$$21. \text{ Ako je } z = \begin{vmatrix} 0 & -1-3i & -1-i & 2 \\ 1+3i & 0 & -i & -1+i \\ 1+i & i & 0 & 0 \\ -2 & 4-2i & 1-i & 2i \end{vmatrix}, \text{ odrediti } \sqrt[3]{z}. (z = 8i \Rightarrow z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = -\sqrt{3} + i, z_3 = 2i)$$

$$22. \text{ Faktorizirati polinom } P(x) = \begin{vmatrix} x+1 & -2 & x+2 \\ -2 & x & -2 \\ x-1 & -1 & 1 \end{vmatrix}. (P(x) = -(a-1)(a+3)(a-2))$$

$$23. \text{ Faktorizirati polinom } P(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 2 \\ 2x & 1-x & -1 \\ x-2 & 3 & -x \end{vmatrix}. (P(x) = (x+1)(2x^2+7))$$

## Osobine determinanti

- 1) Ako dve vrste (kolone) zamene mesta, determinanta menja znak.
- 2) Vrednost determinante je jednaka nuli ako su bilo koje dve vrste (kolone) jednake.
- 3) Vrednost determinante jednaka je nuli ako su elementi jedne vrste (kolone) proporcionalni odgovarajućim elementima druge vrste (kolone).
- 4) Vrednost determinante se ne menja ako se elementima jedne vrste (kolone) dodaju odgovarajući elementi druge vrste (kolone) pomnožene nekim brojem različitim od nule.
- 5) Vrednost determinante čiji su svi elementi ispod (iznad) glavne dijagonale jednaki nuli jednaka proizvodu elemenata na glavnoj dijagonali.