

Analitička geometrija

1. Odrediti jednačinu ravni α koja sadrži tačku $A(1, 0, 2)$ i paralelna je pravama $p : \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{2}$ i $q : \frac{x-7}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. ($\alpha : x + y - 1 = 0$)
2. Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $A(2, -3, 1)$ i seče prave $p : \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{2}$ i $q : \frac{x-7}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. (uputstvo: tražimo $a : \frac{x-2}{u} = \frac{y+3}{v} = \frac{z-1}{w}$; a i p se seku akko $[\vec{a}, \vec{p}, \vec{AP}] = 0$; slično $[\vec{a}, \vec{q}, \vec{AQ}] = 0$; $a : \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-2}$)
3. Date su prave $p : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{0}$ i $q : \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{0}$. Odrediti ravan α koja ih sadrži. ($\alpha : x + y + 2z = 0$)
4. Data je prava $p : \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$
 - a) Odrediti tačku prodora T prave p kroz ravan $\gamma : x + 3y - z + 4 = 0$. ($T(1, -2, -1)$)
 - b) Odrediti jednačinu prave q koja sadrži tačku T , pripada ravni γ i normalna je na pravu p . ($q : \frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{-4}$)
5. Data je ravan $\alpha : 2x - y - 5z + 1 = 0$
 - a) Odrediti jednačinu ravni β koja je paralelna osama Ox i Oy , a Oz seče u tački S koja pripada ravni α . ($\{S\} = Oz \cap \alpha$; $S(0, 0, \frac{1}{5})$, $\beta : 5z - 1 = 0$)
 - b) Odrediti jednačinu prave $p \subset \alpha$ koja seče Ox i Oy . ($p : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{0}$)
6. Date su prave $a : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ i $b : \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{0}$ i ravan $\alpha : 2x + y + z + 1 = 0$
 - a) Odrediti jednačinu prave p koja sadrži tačke A i B , gde je A presečna tačka prave a i ravni α , a B presečna tačka pravih a i b . ($p : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$)
 - b) Odrediti jednačinu ravni γ koja je paralelna ravni α i sadrži središte duži AB . ($\gamma : 2x + y + z - 2 = 0$)
7. Date su prava $p : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ i ravan $\alpha : 5x - y + 2z = 3$
 - a) Odrediti jednačinu prave q koja sadrži koordinatni početak i presečnu tačku prave p i ravni α . ($q : \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1}$)
 - b) Odrediti jednačinu ravni β koja sadrži pravu p i normalna je na ravan α . ($\beta : -3x + y + 8z + 11 = 0$)
8. Date su ravni $\alpha : 2x + y + z - 2 = 0$ i $\beta : x - y + 2z - 1 = 0$
 - a) Naći $m \in \mathbb{R}$ tako da tačka $M(1, 1, m)$ pripada α i odrediti rastojanje te tačke od ravni β . ($m = -1, d(M, \beta) = \frac{\sqrt{6}}{2}$)
 - b) Naći $s, t \in \mathbb{R}$ tako da prava $l : \frac{x-s}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{t}$ leži u ravni β . ($t = 1, s = 3$)
9. Date su prave $p : \frac{x+1}{2} = \frac{y-a}{3} = \frac{z+1}{b}$ i $q : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ i ravan $\alpha : 5x - y - z = 2$
 - a) Odrediti $a, b \in \mathbb{R}$ tako da $p \subset \alpha$. ($a = -6, b = 7$)
 - b) Odrediti jednačinu ravni β koja sadrži pravu q i normalna je na ravan α . ($\beta : y - z - 1 = 0$)
10. Date su prave $p : \frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+4}{1}$ i $q : \frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+3}{\lambda}$
 - a) Odrediti λ tako da se p i q seku. ($\lambda = -1$)
 - b) Odrediti $\sphericalangle(p, q)$ i njima određenu ravan α . ($\frac{\pi}{4}, \alpha : 2x + y + 2z + 7 = 0$)
11. Izračunati rastojanje između pravih $p : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ i $q : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$. ($\frac{1}{\sqrt{3}}$)
12. Odrediti tačku B simetričnu tački $A(-1, 0, -1)$ u odnosu na pravu $p : \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-4}{2}$. ($B(-5, -2, 1)$)
13. Date su tačke $A(0, 2, -5), B(5, 1, -4), C(1, 3, -3)$ i $M(3, -7, 9)$. Naći jednačinu ravni α određenu tačkama A, B, C i projekciju tačke M na tu ravan. ($M'(\frac{47}{7}, \frac{29}{7}, \frac{11}{7})$)
14. Odrediti projekciju tačke $T(2, 1, 5)$ na pravu $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+2}{-1}$. ($T'(0, 0, 0)$)